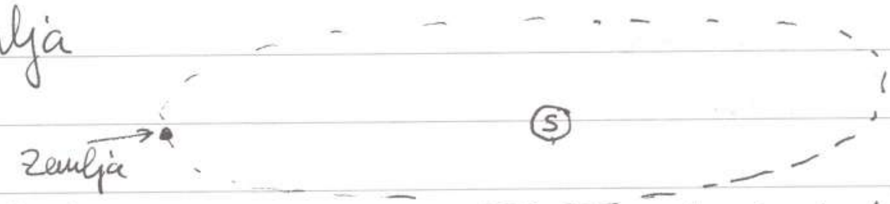
Literaturna

1. MEHANIKA TOČKASTEGA TELESA

Kaj je točkasto telo: to je telo, ki je mnogo manjše od razdalj v sistemu.

Primer: Zemlja



Ko študiramo naše osončje, je Zemlja točkasto telo.
Ko študiramo naprimer gibanje satelitov okoli Zemlje, očitno ne moremo jemati Zemlje kot točkasto telo.

Mehanika je del fizike, ki opisuje načine, na katere se telo giblje v prostoru in obravnava vzroke za njihovo gibanje.

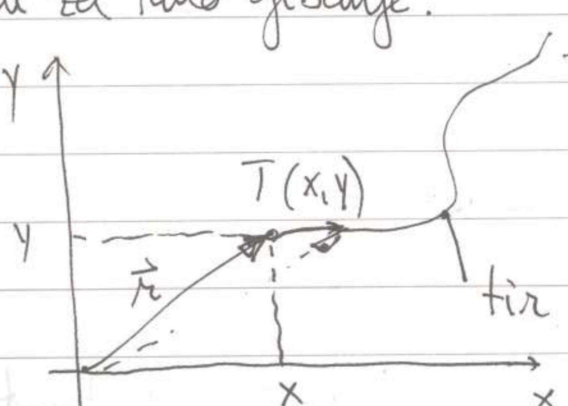
1.1. Kinematika točkastega telesa

Kaj potrebujemo za opis gibanja točkastega telesa:

i) koordinatni sistem, x-y za gibanje v ravnini in x, y, z za gibanje v prostoru.

ii) lega točkastega telesa (točke) ob vsakem času.

Opisujemo torej kako se telo giblje, ne sprašujemo pa po vzrokih za tako gibanje.



Primer: gibanje telesa v ravnini obravnavamo tako, da si izberemo koordinatni sistem in v tem sistemu označimo koordinate točke za različne čase

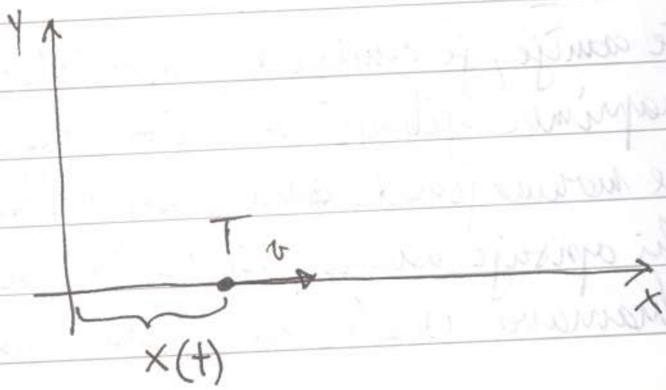
$\vec{r} = (x, y)$ krajevni vektor točke T

1.1.1. Premo enakomerno gibanje

Pri <u>premem</u> gibanju se točkasto telo giblje po tiru, ki je premica. Ker je gibanje enakomerno, se giblje s konstantno hitrostjo v

Tir: premica

$\vec{v} = \text{konst.}$



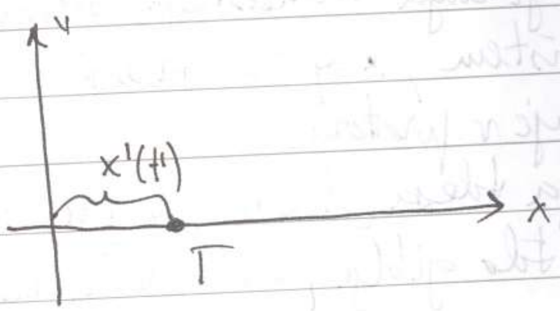
Koordinatni sistem obrnemo tako, da je x-os v smeri gibanja točke.

Velja: $x(t) = x' + v\cdot(t-t')$

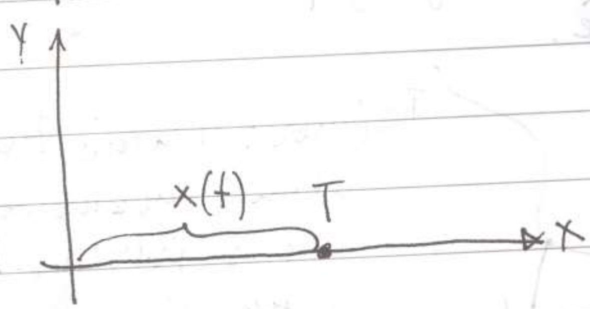
x' ... začetna lega ob času t'

t' ... začetni čas.

Ob času t':



v ... hitrost telesa



Velja: $x - x' = v(t-t')$

$$\boxed{v = \frac{x-x'}{t-t'}}$$

Hitrost je konstantna, ker telo v enakih časih opravi enake poti.

Literatura

$x - x'$ …. razlika poti → je lahko pozitivna ali negativna!
$t - t'$ …. razlika časa → to je vedno pozitivno, ker čas teče

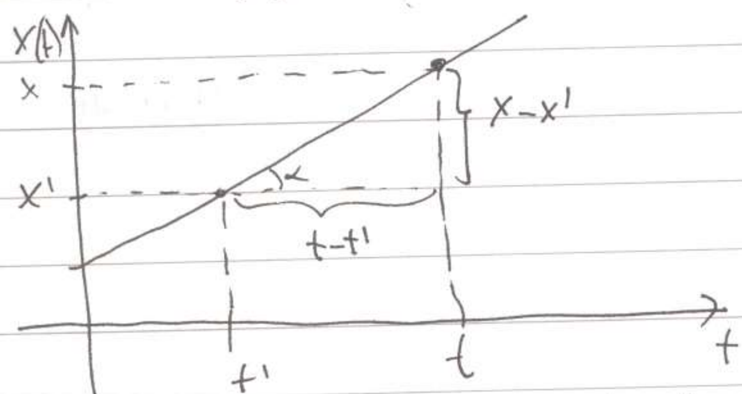
Smer hitrosti $v > 0$ ⇒ $x > x'$ in telo se giblje v smeri naraščajoče koordinate x (na desno)
$v < 0$ ⇒ $x < x'$ in telo se giblje v smeri manjšajočega x-a (na levo).

Pogosto vzamemo $\Delta x = x - x'$ in $\Delta t = t - t'$, tako da hitrost zapišemo kot

$$\boxed{v = \frac{\Delta x}{\Delta t}}$$

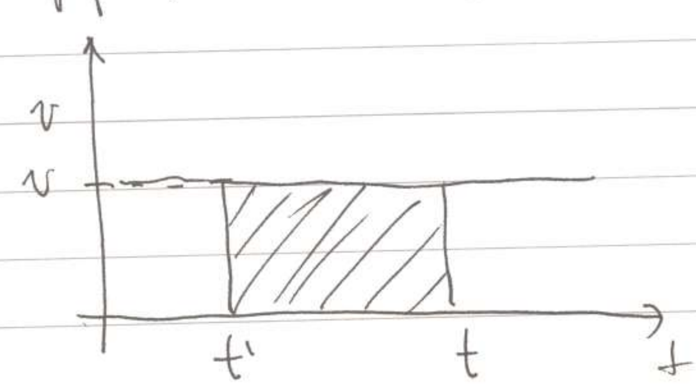
, če je Δt zelo majhen → $v = \frac{dx}{dt}$

Narišem $x(t)$ v (x, t) sistemu:



$$v = \frac{x - x'}{t - t'} = \operatorname{tg}\alpha$$
↓
hitrost pomeni naklon premice $x(t)$

Kaj pa hitrost? Ta je konstantna:



produkt $v \cdot (t - t') = x - x'$, to pa je tudi ploščina pod to krivuljo.

Kakšne so enote? x .... merimo v [m]
t .... merimo v [s]
v .... merimo v [m/s] ali [ms^{-1}]

<u>Primer</u>: Avto se giblje s hitrostjo 150 km/h. Kolikšno pot opravi v 10 s?

$$v = \frac{x - x'}{t - t'} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

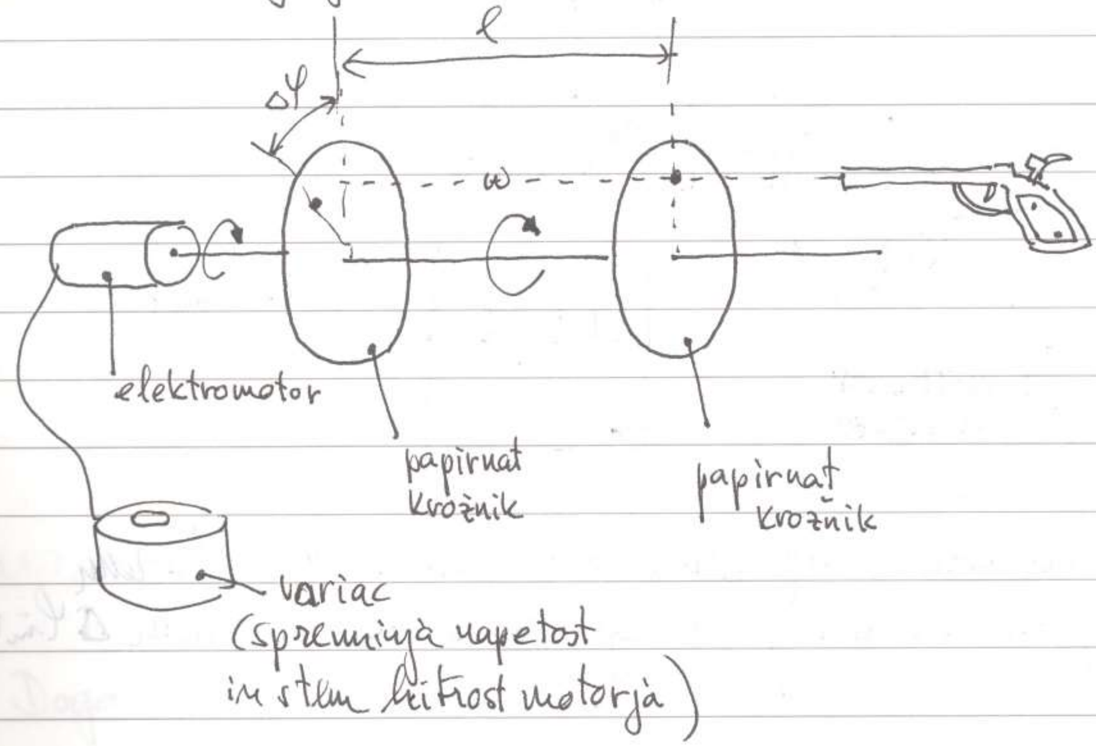
$$v = 150\,km/h = \frac{150 \cdot km}{h} = \frac{150 \cdot 1000\,m}{3600\,s} = \frac{150}{3,6}\,ms^{-1} = \underline{\underline{41,6\,ms^{-1}}}$$

Kolikšno pot opravi v 10 s

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \qquad v \cdot \Delta t = \Delta x \Rightarrow \Delta x = v \cdot \Delta t = 41,6\,\frac{m}{s} \cdot 10\,s = \underline{\underline{416\,m}}$$

Literatura

Primer merjenja hitrosti izstrelka:



Hitrost izstrelka se sicer spreminja s časom zaradi zračnega upora, vendar na tako kratki razdalji lahko vzamemo da je kar konstantna, da se ne spreminja.

$$v_{KROGLE} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{l}{\Delta t}$$

l .... razdalja med ploščama

Δt .... časovni presledek, ko izstrelek prebije prvo, nato pa drugo ploščo.

Mi lahko izmerimo kot $\Delta\varphi$.
Kako iz tega izračunati Δt?

Velja
$$\Delta\varphi = \omega\cdot\Delta t = 2\pi\nu\cdot\Delta t = \frac{2\pi}{t_0}\cdot\Delta t$$

to izmerim

to lahko izmerim

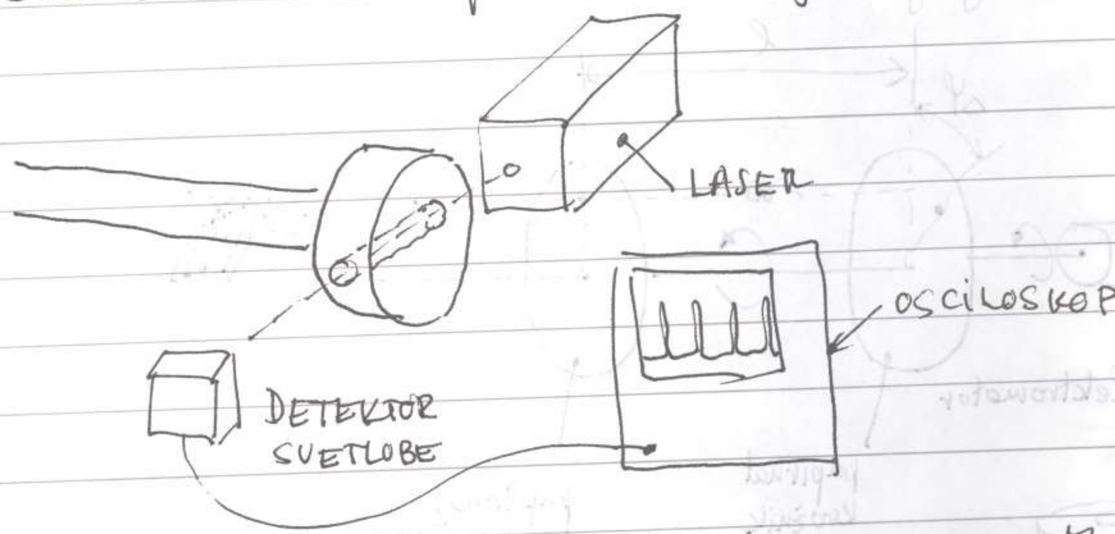
ω .... kotna hitrost

ν .... frekvenca vrtenja plošče

t_0 .... obhodni čas plošče

$$\Delta\varphi\cdot t_0 = 2\pi\cdot\Delta t \Rightarrow \boxed{\Delta t = \frac{\Delta\varphi\cdot t_0}{2\pi}}$$

Kako izmerimo obhodni čas plošče? Na osi je še dodatni merilec



izmerim čas med dvema zaporednima sunkoma v ms. Moram pomnožiti z 2, da dobim t_0, iz tega pa lahko izračunam $\Delta\varphi$ in v

$$\Delta\varphi \sim 15^\circ = \frac{2\pi}{360} \cdot 15 \text{ rad} = 0{,}52 \text{ rad}.$$

$$\Delta t = \frac{0{,}52 \cdot 30 \text{ ms}}{2\pi} = 2{,}48 \text{ ms} = 2{,}48 \cdot 10^{-3} \text{ s}$$

$$v = \frac{0{,}5 \text{ m}}{2{,}48 \cdot 10^{-3} \text{ s}} = \frac{0{,}5 \cdot 10^{3}}{2{,}48} \text{ m s}^{-1} = \underline{\underline{200 \text{ m s}^{-1}}}$$

Literatura

Primer enakomernega premega gibanja: zračna klop in vozíček na zračni blazini, ki drsi po zračni klopi:

a) pokaži gibanje kaplje črnila za primer enakomernega gibanja
b) pokaži razmike med kapljami črnila za enakomerno pospešeno gibanje.

1.1.2. Premo enakomerno pospešeno gibanje

Dogovorimo se, da začnemo čas šteti od $t'=0$. Pri premem enakomernem pospešenem gibanju se telo giblje po premici, njegova hitrost pa narašča sorazmerno s časom

$$\boxed{\begin{array}{l} v = v' + a\cdot t \\ \\ a = \text{konst.} \end{array}}$$

se ne spreminja s časom!

v … hitrost ob času t
v' … začetna hitrost ob času $t'=0$
a … pospešek telesa

$$a = \frac{v-v'}{t} = \text{konst} = \frac{\Delta v}{\Delta t'} \quad \text{enota} \left[\frac{m}{s\cdot s}\right] = \left[\frac{m}{s^2}\right] = \left[m s^{-2}\right]$$

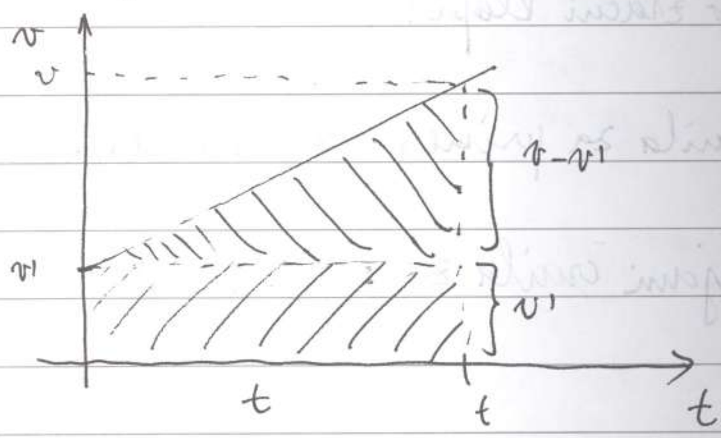
Primer: izračunaj kakšen je pospešek avtomobila, ki pospeši od 0 do 100 km/h v 5 sekundah in je gibanje enakomerno pospešeno?

$v' = 0$

$$v = 100\,km/h = \frac{100\cdot 1000\,m}{3{,}600\,s} = \frac{100}{3{,}6}\,m s^{-1} = 27{,}7\,m s^{-1}$$

$$a = \frac{27{,}7\,m s^{-1}}{5\,s} = \underline{5{,}5\,m s^{-2}}$$

Kolikšna je pot pri enakomerno pospešenem gibanju:



Spomni se: pot pomeni ploščino lika pod krivuljo $v(t)$:

$$x(t) = v' \cdot t + \frac{1}{2}(v - v') \cdot t$$

Pot lahko izrazim tudi s pospeškom, saj je $v = v' + a \cdot t \rightarrow$

$v - v' = a \cdot t$

Izraz $v - v'$ ostane in dobim

$$x(t) = v' \cdot t + \frac{1}{2}(a \cdot t) \cdot t = v' \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2$$

$$\boxed{x(t) = s = v' \cdot t + \frac{1}{2} a t^2}$$

pot narašča kvadratno s časom! Zakaj? Ker se hitrost nenehno veča!

Ali lahko poiščemo zvezo med v in a in x? $t = \frac{v - v'}{a}$

$$x(t) = v' \cdot t + \frac{1}{2}(v - v') t = v' \frac{(v - v')}{a} + \frac{1}{2} \frac{(v - v')(v - v')}{a} =$$

Literatura

$$x(t) = \frac{1}{a}\left(\cancel{v\cdot v'} - v'^2 + \frac{1}{2}v^2 + \frac{1}{2}v'^2 - \cancel{v\cdot v'}\right) =$$

$$= \frac{1}{a}\left(\frac{1}{2}v^2 - \frac{1}{2}v'^2\right) = \frac{1}{2a}\left(v^2 - v'^2\right)$$

$$v^2 - v'^2 = 2a\cdot x$$

$$\boxed{v^2 = v'^2 + 2ax}$$

Če ponovimo:

$$\boxed{\begin{aligned} v^2 &= v'^2 + 2ax \\ x &= v'\cdot t + \tfrac{1}{2}a\cdot t^2 \\ v &= v' + a\cdot t \end{aligned}}$$

Te tri formule si je treba zapomniti.

Primer: Avtomobil ima na začetku hitrost $5\,m\,s^{-1}$ in na razdalji $100\,m$ enakomerno pospešuje ~~s pospeš~~. Kolikšen je pospešek avtomobila, če je hitrost po $100\,m$ $20\,m\,s^{-1}$?

$v = 20\,m\,s^{-1}$

$v' = 5\,m\,s^{-1}$

$x = 100\,m$

$a = ?$

$$v^2 = v'^2 + 2ax$$

$$v^2 - v'^2 = 2a\cdot x$$

$$2ax = v^2 - v'^2$$

$$\boxed{a = \frac{v^2 - v'^2}{2x}}$$

$$a = \frac{20^2\,m^2 s^{-2} - 5^2\,m^2 s^{-2}}{2\cdot 100\,m} = \frac{400 - 25}{200}\,\frac{m^2 s^{-2}}{m} = \underline{\underline{1{,}8\,m\,s^{-2}}}$$

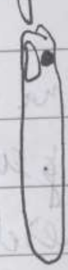
Poseben primer enakomerno pospešenega gibanja: prosti pad
Omeni: Galileo Galilei je bil prvi, ki je študiral prosti pad.
To je enakomerno pospešeno gibanje zaradi Zemljinega privlaka.
Pospešek teles v Zemeljskem gravitacijskem polju:

$$a = g \quad , \quad g \ldots \text{ težni pospešek } \quad g = 9{,}8\ m\,s^{-2}$$

(se spreminja z zemljepisno širino in pa nadmorsko višino!)

Enačbe gibanja so povsem enake, kot smo jih zapisali, s tem da se pospešek a nadomesti z g.
Pomembno: vsa telesa padajo z enakim težnostnim pospeškom. Narobe je pričakovati, da težja telesa (z večjo maso) padajo hitreje:

Poskus z evakuirano cevjo:

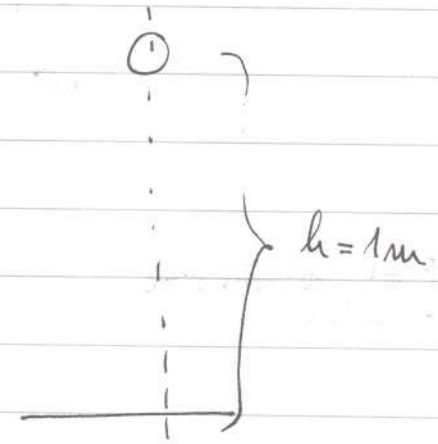


Poskus s kroglicami, privezanimi na vrvico: enakomeren zvok in neenakomeren zvok

Literatura

Primer: Kroglico spustimo, da prosto pada. Kolikšno hitrost doseže potem ko preteče višino 1m. V kolikšnem času ~~jo~~ prepotuje to pot?

$h = 1m$, začetna hitrost $v' = 0$



$$v^2 = v'^2 + 2g \cdot h$$

$$v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 9{,}8\,m s^{-2} \cdot 1m} =$$

$$= \sqrt{19{,}6}\ m s^{-1} = \underline{\underline{4{,}4\,m s^{-1}}}$$

$$x = v' \cdot t + \tfrac{1}{2} a \cdot t^2 \qquad v' = 0,\ a = g$$

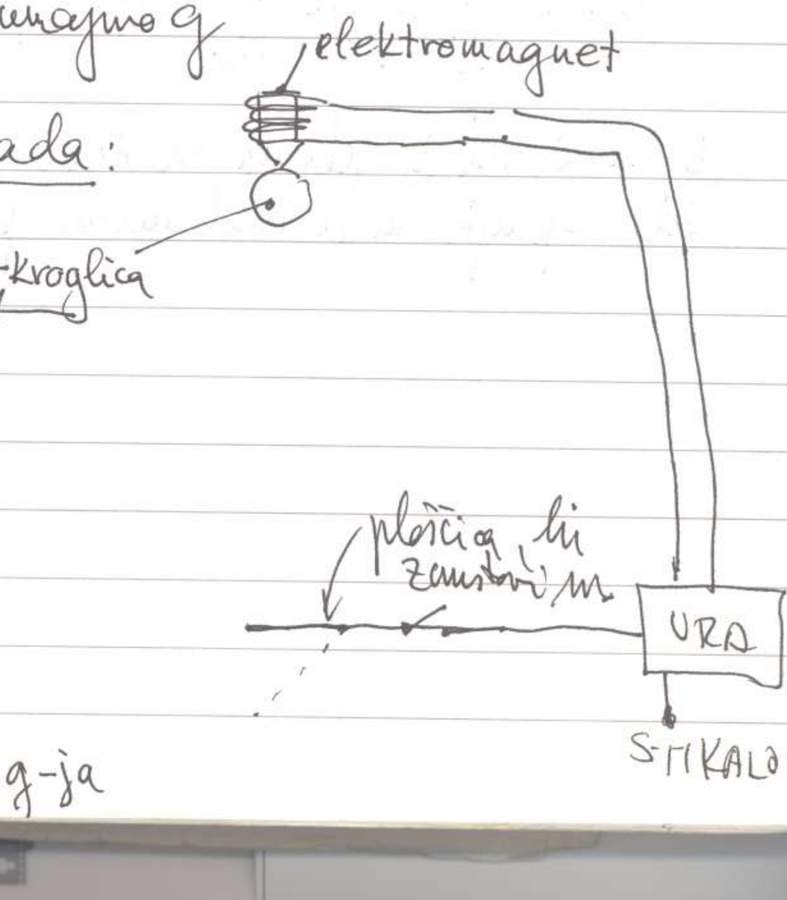
$$h = \tfrac{1}{2} g t^2 \Rightarrow \frac{2h}{g} = t^2$$

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1m}{9{,}8\,m}\,s^2} = \sqrt{0{,}20}\,s = \underline{\underline{0{,}45\,s}}$$

Poglejmo, če je to res, izračunajmo g

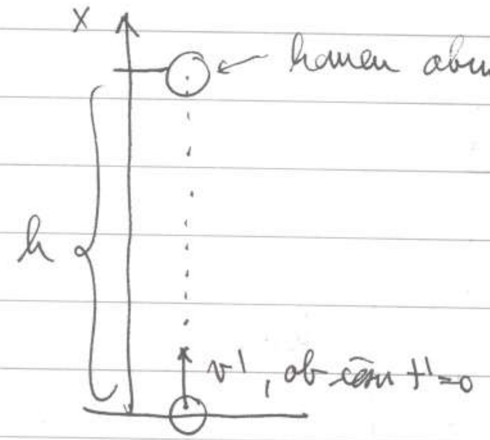
Poskus s kroglico, ki ~~prosto~~ pada:

Poskus št	t[s]	~~g~~ g[m s^{-2}]	~~g~~
1			
2			
3			
4			
5			
6			



Izračunamo povprečno vrednost g-ja

Primer 2: Kamen vržemo navpično navzgor z začetno hitrostjo $v' = 10\ m s^{-1}$. Do katere višine se povzpne



Gre za pospešeno gibanje. Pojemek je enak $-g$. Hitrost se torej spreminja kot:

$$v = v' - g \cdot t$$ ali povezava poti

$$v^2 = v'^2 - 2g \cdot h$$

$$0 = v'^2 - 2gh$$

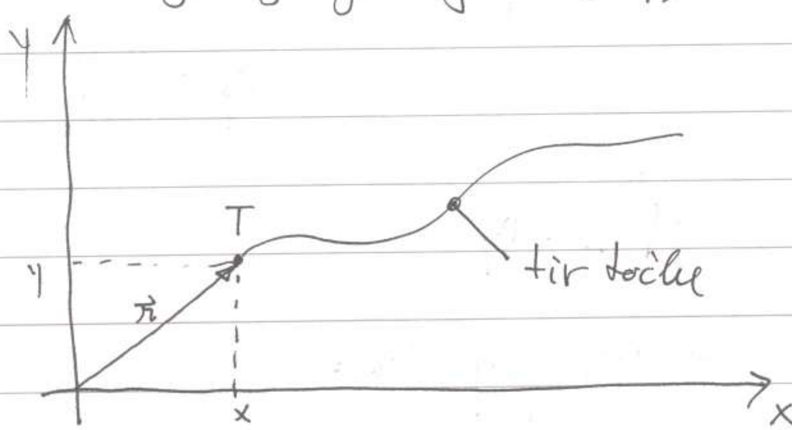
$$\boxed{h = \frac{v'^2}{2g}}$$ do te višine se telo povzpne

$$h = \frac{10^2 m^2 s^{-2}}{2 \cdot 9{,}8 m s^{-2}} = \frac{100}{19{,}6} m = \underline{\underline{5{,}1 m}}$$

Opazi, da je gibanje vseskozi enakomerno pojemajoče, ko se telo vzpenja in je enakomerno pospešeno, ko ~~se~~ telo pada.

1.1.3. Gibanje v ravnini, poševni met

Pojem sestavljenega gibanja v (x,y) ravnini



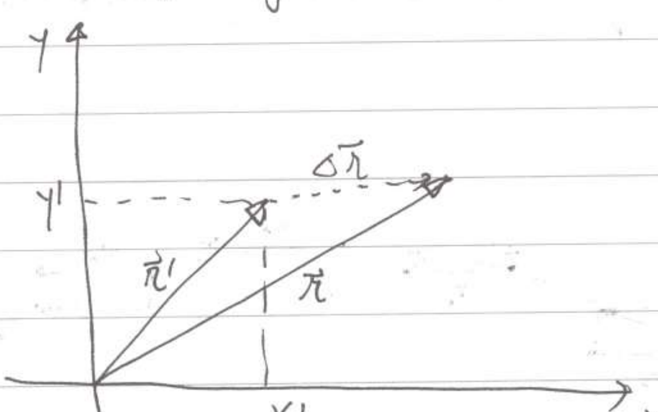
Gibanje si mislimo sestavljeno iz dveh neodvisnih gibanj, eno v smeri osi x, drugo pa v smeri osi y!

$\vec{r} = (x, y)$ krajevni vektor, ki določa lego točke od izhodišča koordinatnega sistema.

Lega točke se s časom spreminja

t' : $\vec{r}\,' = (x', y')$

$t'+dt$: $\vec{r} = (x, y)$



Razlika obeh krajevnih vektorjev $\Delta \vec{r} = \vec{r} - \vec{r}\,' = (x - x', y - y')$

To razdaljo prepotuje v času Δt.

Definiramo hitrost: $\vec{v} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \left(\frac{x-x'}{\Delta t}, \frac{y-y'}{\Delta t}\right)$

To je vektor hitrosti, ki ima komponenti $v_x = \frac{x-x'}{\Delta t}$

$$v_y = \frac{y-y'}{\Delta t}$$

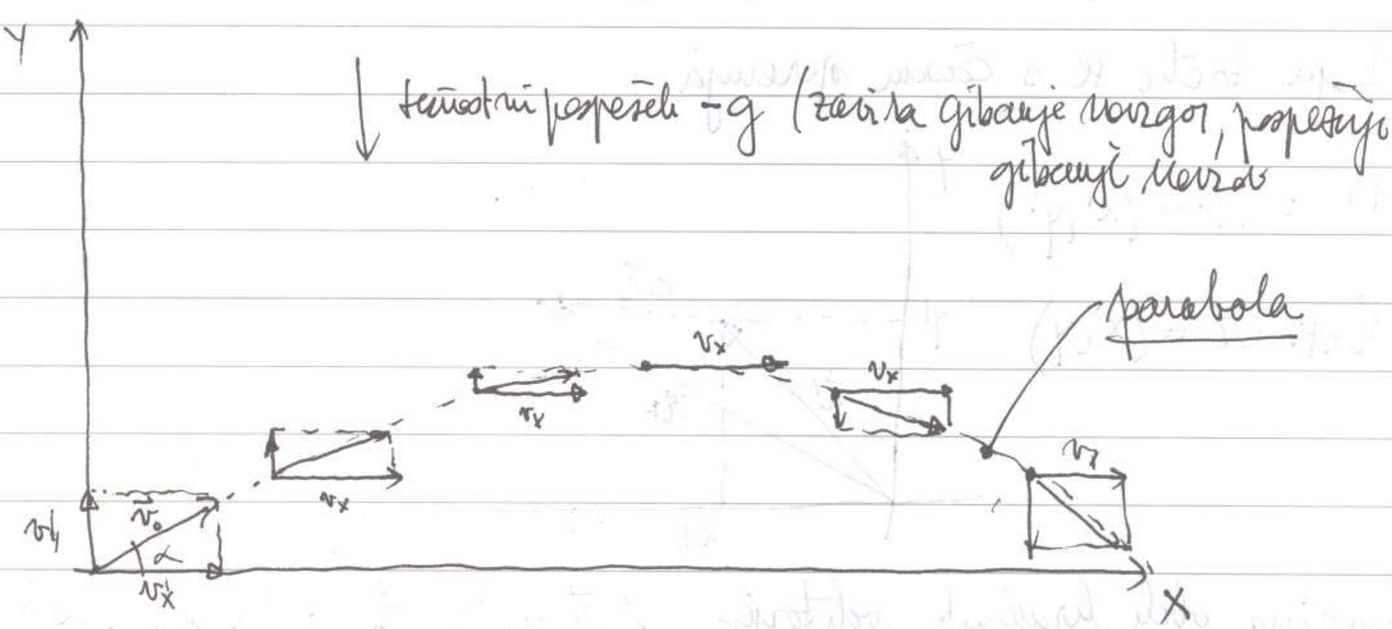
Celotna hitrost je $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$

Podobno definiramo vektor pospeška:

$\vec{a} = (a_x, a_y)$ $\qquad a_x = \frac{v_x - v_{x'}}{\Delta t}$ $\qquad \Delta t$ naj bo majhen!

$$a_y = \frac{v_y - v_{y'}}{\Delta t}$$

Poglejmo si primer sestavljenega gibanja: poševni met



Zanima nas, po kakšnem tiru se giblje točkasto telo pri poševnem metu.

Literatura

Gibanje v smeri x: to gibanje je enakomerno

$$x = x' + v_x' \cdot t = v_x' \cdot t$$

Gibanje v smeri y: to gibanje je pospešeno. Najprej enakomerno pojemajoče, nato enakomerno pospešeno:

$$y = v_y' \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2 = v_y' \cdot t - \frac{1}{2} g \cdot t^2$$

To je enačba parabole

$$\boxed{T = (x, y) = \left(v_x' \cdot t,\ v_y' \cdot t - \frac{1}{2} g t^2\right)} \Rightarrow t = \frac{x}{v_x'} \Rightarrow \boxed{y = v_y' \cdot \frac{x}{v_x'} - \frac{1}{2} g \frac{x^2}{v_x'^2}}$$

To ni nič drugega kot enačba parabole, obrnjene na glavo

$y = ax^2 + bx + c$ to je enačba parabole

$$T = (x, y) = (x,\ ax^2 + bx + c)$$

Telo se pri poševnem metu giblje po paraboli.

Poglejmo, do katere višine se točkasto telo povzpne:
~~Zapišemo~~ ~~Zna~~ Izračunajmo najprej, koliko časa se vzpenja:

$$v_y = v_y' - g \cdot t = v_0 \cdot \sin\alpha - g \cdot t$$

Ko je $v_y = 0$, takrat bo telo v najvišji točki $v_0 \cdot \cos\alpha - g \cdot t_0 = 0$

$$\boxed{t_0 = \frac{v_0 \sin\alpha}{g}}$$

Kako visoko pride:

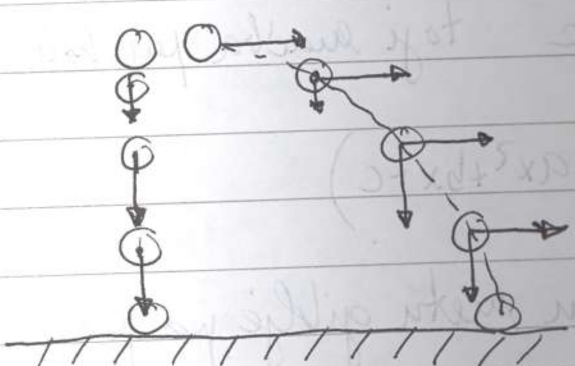
$$y = v_y \cdot t - \frac{1}{2}gt^2 = v_0 \cdot \sin\alpha \cdot t - \frac{1}{2}gt^2$$

Ob čau to doseže najvišjo točko $h = v_0 \cdot \sin\alpha \cdot t_0 - \frac{1}{2}gt_0^2 =$

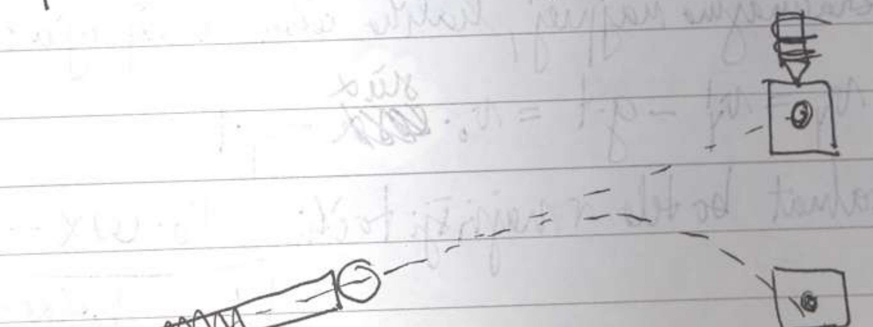
$$= v_0 \frac{\sin\alpha \cdot v_0 \cdot \sin\alpha}{g} - \frac{1}{2}g \cdot \frac{v_0^2 \sin^2\alpha}{g^2} =$$

$$\boxed{h = \frac{v_0^2}{2g}\sin^2\alpha}$$

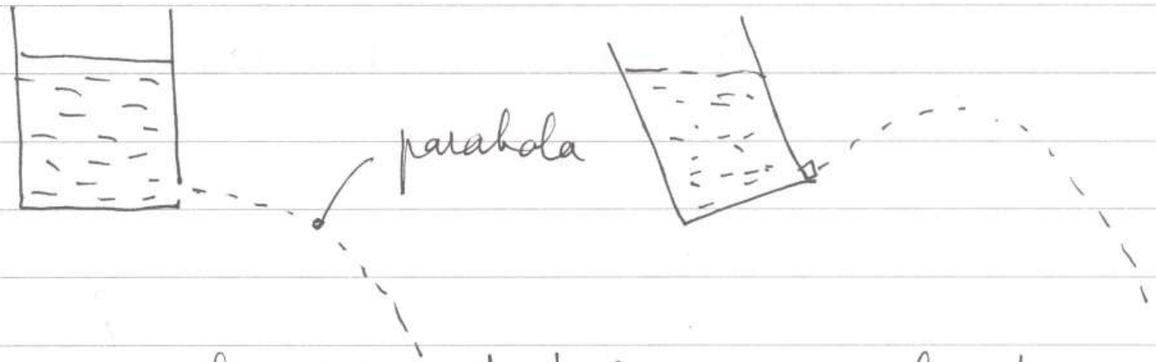
Poskus z dvema kroglicama. Ena pada navpično navzdol, druga pa poševno. Obe padata enak čas



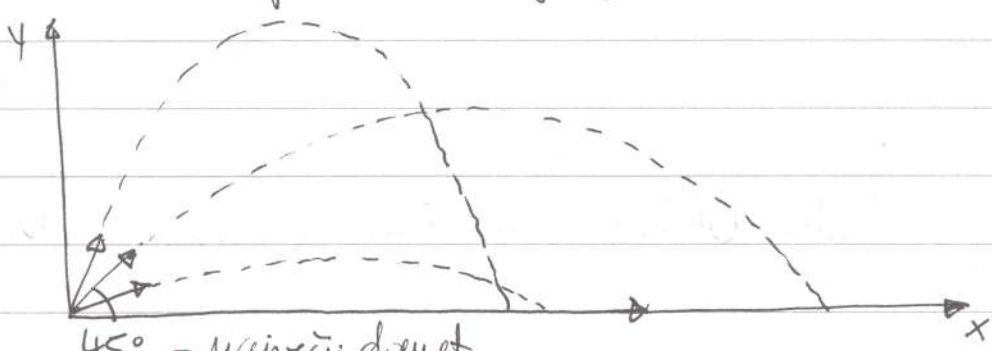
Poskus s tarčo: zakaj iz točk vedno zadene tarčo



Pokaži poskus ~~z~~ s curkom vode iz posode



Primerjaj doseg z zalivanjem vrta! Cev moramo držati pod 45°, da gre curek najdlje.



Primer: Kamen vržemo z začetno hitrostjo $v_0 = 10\,m/s$ poševno navzgor pod kotom 60° glede na vodoravnico. Kako daleč leti in kako dolgo leti? Pod katerim kotom moramo vreči kamen, da leti najdlje?

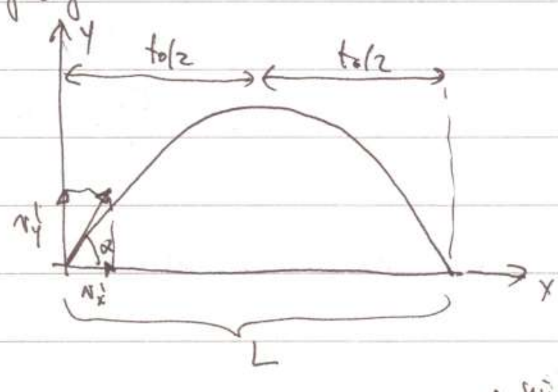
$v_0 = 10\,m/s$

$\alpha = 60°$

$t_0 = ?$

$L = ?$

$L(\alpha) = max?$



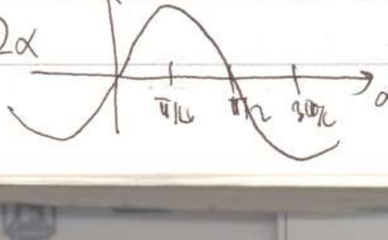
$v_y(t) = v_y' - g \cdot t$

$0 = v_y' - g \cdot t_0/2 = v_0 \cdot \sin\alpha - g \cdot t_0/2$

$t_0 = \frac{2 v_0 \sin\alpha}{g} = \frac{2 \cdot 10\,m/s \cdot \sin 60°}{9{,}8\,m/s^2} = 1{,}81$

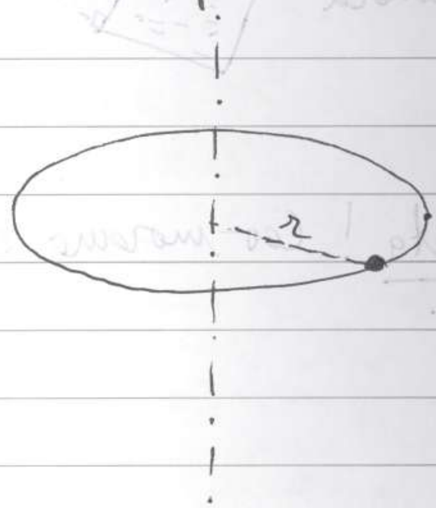
$x(t) = v_x' \cdot t \; ; \; L = x(t_0) = v_x' \cdot t_0 = v_0 \cos\alpha \cdot t_0 = 10\,m/s \cdot 1/2 \cdot 1{,}81 = 9\,m$

$L(\alpha) = \frac{v_0 \cdot \sin\alpha \cdot 2 v_0 \cos\alpha}{g} = \frac{v_0^2}{g} \sin 2\alpha$

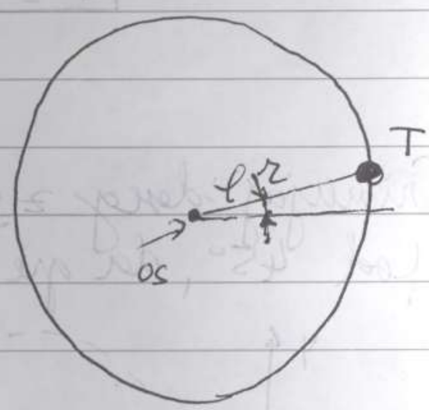


1.1.4. Enakomerno kroženje

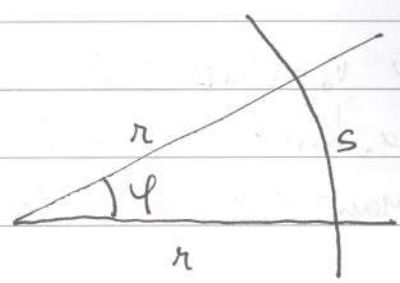
Pri kroženju točkastega telesa je tir krog. Pri enakomernem kroženju je hitrost kroženja stalna



če pogledamo vzdolž osi, vidimo



Najprej poglejmo, kako določimo lego točke na krožnici. Določimo jo s kotom φ.



lok kot

Velja: $\boxed{s = r\cdot\varphi}$ φ... kot v radianih

Polni kot

$s = 2\pi r = r\cdot\varphi \Rightarrow \varphi = 2\pi$ je polni kot

Če je $x = 10^\circ$

$2\pi \ldots 360$

$x \ldots 10$

$x = \frac{2\pi}{360}\cdot 10 = 0{,}17\ \text{rad}$

Pri enakomernem kroženju se kot narašča sorazmerno s časom

$$\boxed{\varphi = \varphi' + \omega\cdot t}$$

φ'... začetni kot

ω.... kotna hitrost

Literatura

Iz tega dobimo $\omega = \frac{\varphi - \varphi'}{t}$ = konstanta

Kolikšna je pot pri enakomernem kroženju:

$$lok = s = \varphi \cdot r = \varphi' \cdot r + \omega \cdot r \cdot t = s' + \omega \cdot r \cdot t$$

Krožilna (tangencialna) hitrost

$$\boxed{v_T = \omega \cdot r}$$ Krožilna hitrost $[m\,s^{-1}]$

Kako je določen obhodni čas : $s = 2\pi \cdot r = \omega \cdot r \cdot t_0$

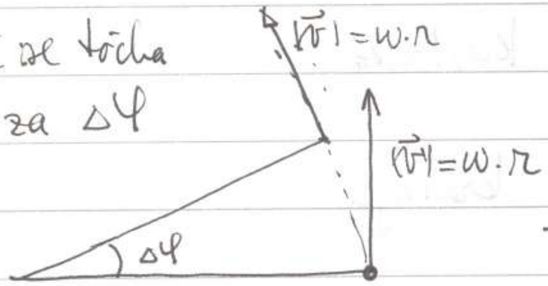
$$t_0 = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{2\pi\nu} = \frac{1}{\nu}$$

t_0 .... obhodni čas

ν ..... frekvenca kroženja

Ali je enakomerno kroženje enakomerno ali pospešeno gibanje? Je pospešeno gibanje, ker se smer krožilne hitrosti spreminja s časom !! Poglejmo, kakšen je pospešek pri enakomernem kroženju.

v času Δt se točka zavrti za $\Delta\varphi$



$\Longrightarrow$

očitno se je hitrost spremenila (smer)

$$\frac{|\Delta v|}{2} = v \cdot \sin\frac{\Delta\varphi}{2} \approx v \cdot \frac{\Delta\varphi}{2}$$

če so koti majhni, velja $\sin\alpha \approx \alpha$!!

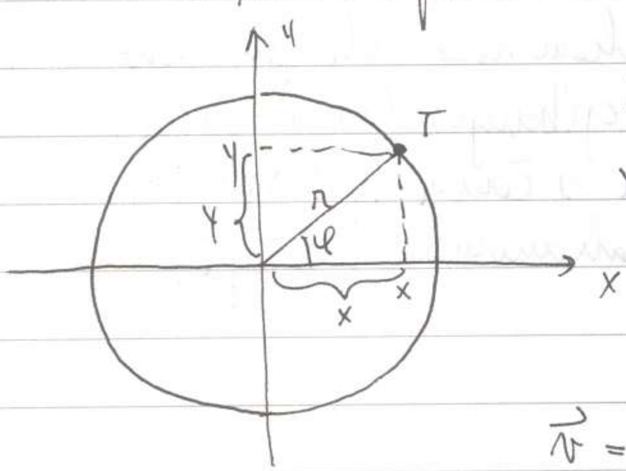
$$\Delta v = v \cdot \Delta\varphi = v \cdot \omega \cdot \Delta t$$

$$\frac{\Delta v}{\Delta t} = v \cdot \omega = \omega r \cdot \omega = \omega^2 \cdot r = \frac{v^2}{r}$$

$$\boxed{a_r = \omega^2 r = \frac{v^2}{r}}$$

To je radialni pospešek. Zaradi tega pospeška telo kroži. Če tega pospeška ne bi bilo, bi se telo gibalo po ravni črti (premici)

Kako še lahko opišemo kroženje?



$$x = r \cdot \cos\omega t$$

$$y = r \cdot \sin\omega t$$

$$\vec{r} = (x, y) = (r \cdot \cos\omega t,\ r \cdot \sin\omega t)$$

$$\vec{v} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt} = (r \cdot \omega(-\sin\omega t),\ r \cdot \omega \cdot \cos\omega t)$$

$$= r \cdot \omega(-\sin\omega t,\ \cos\omega t)$$

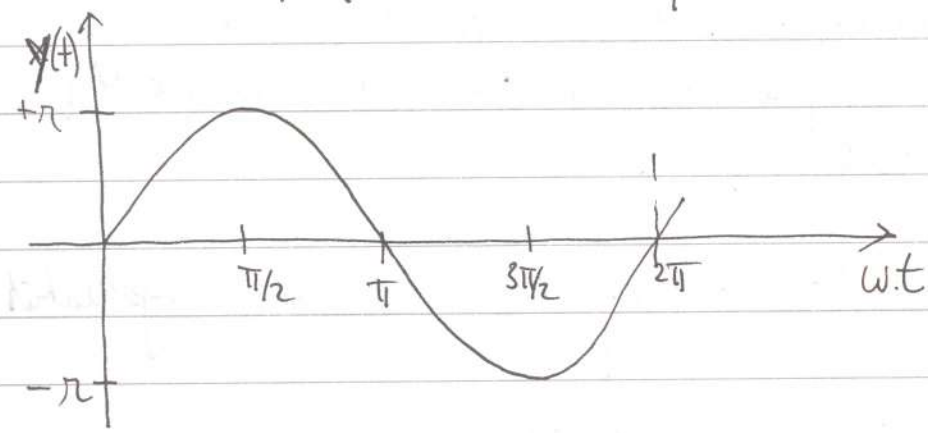
Velikost hitrosti $|\vec{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{r^2\omega^2(\sin^2\omega t + \cos^2\omega t)} = r\cdot\omega$

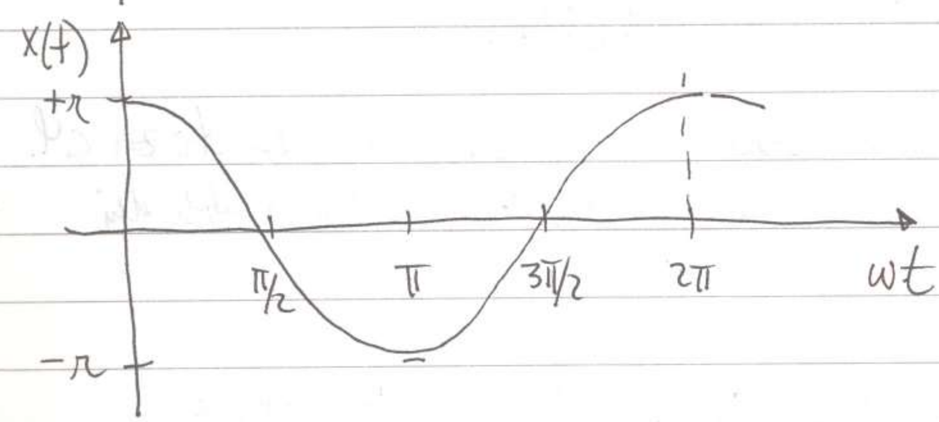
Kako dobimo pospešek?

$$\vec{a} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \left(-r\cdot\omega^2\cos\omega t,\ -r\cdot\omega^2\sin\omega t\right)$$

$|\vec{a}| = \sqrt{r^2\omega^4(\cos^2\omega t + \sin^2\omega t)} = r\cdot\omega^2$ dobimo isto, kot smo prej izračunali

Narišemo še projekciji $x(t)$ in $y(t)$

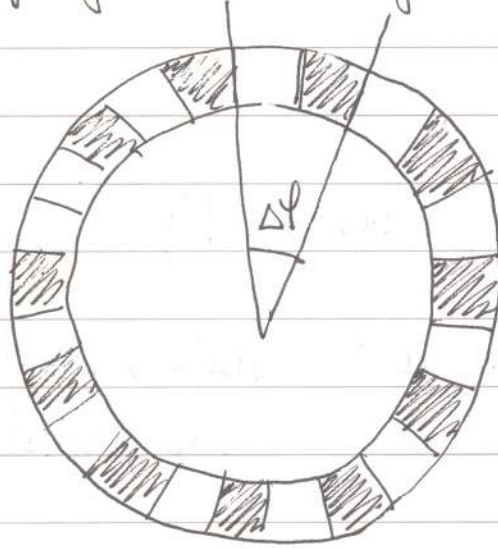




Pokaži projekcijo točke pri vrtenju plošče

Razloži merjenje ~~st~~ frekvence vrtenja s stroboskopom.

Merjenje frekvence kroženja s stroboskopom:



N črnih in N belih prog

Kdaj krog navidez miruje? Takrat ko se med dvemi zaporednimi bliski krog premakne za mnogokratnik $\Delta\varphi$! Naj bo to pri frekvenci ν_1

vmesni čas je $\Delta t_1 = \frac{1}{\nu_1}$ → plošča se zavrti nek mnogokratnik $\Delta\varphi \cdot M$

drugi vmesni čas je $\Delta t_2 = \frac{1}{\nu_2} \rightarrow \Delta\varphi(M+1)$

To pomeni, da se v časovni razliki $\Delta t_2 - \Delta t_1$ krog zavrti za $\Delta\varphi$. Če ta čas pomnožim z N, dobim polni kot, oziroma obhodni čas t_0

$$t_0 = N(\Delta t_2 - \Delta t_1) \Rightarrow \nu_0 = \frac{1}{t_0} = \frac{1}{N(\Delta t_2 - \Delta t_1)} =$$

$$= \frac{1}{N} \frac{1}{\frac{1}{\nu_2} - \frac{1}{\nu_1}} = \frac{\nu_1 \cdot \nu_2}{N(\nu_1 - \nu_2)}$$

$$\boxed{\nu_0 = \frac{\nu_1 \cdot \nu_2}{N(\nu_1 - \nu_2)}}$$

Iz tega izračunamo frekvenco vrtenja

Literatura

1.1.5. Enakomerno pospešeno kroženje

Pri enakomerno pospešenem kroženju se kotna hitrost povečuje sorazmerno s časom.

$\omega = \omega' + \alpha \cdot t$

ω' ... začetna kotna hitrost

α .... kotni pospešek (pove kako se kotna hitrost povečuje s časom)

$$\boxed{\alpha = \frac{\omega - \omega'}{t}}$$

enota $[s^{-2}]$!

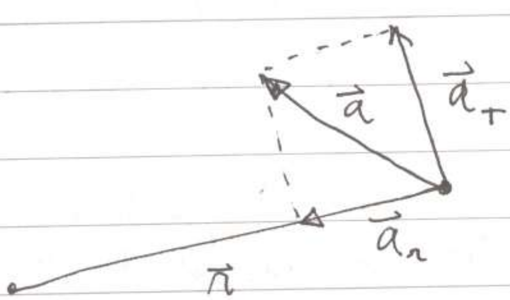
Kaj je s krožilno hitrostjo?

$$v = \omega \cdot r = \omega' \cdot r + \underbrace{(\alpha \cdot r)}_{= a_T} t$$

tangencialni pospešek → opisuje večanje krožilne hitrosti!

$$\boxed{a_T = \alpha \cdot r}$$

Pri enakomerno pospešenem kroženju točkastega telesa imamo torej dva pospeška: radialni in tangentni.



$$\vec{a} = \vec{a}_r + \vec{a}_T$$

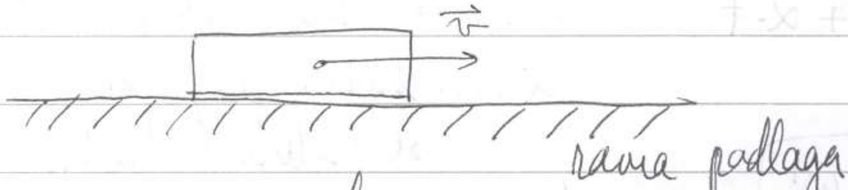
oziroma velikost

$$\boxed{|\vec{a}| = \sqrt{\vec{a}_r^2 + \vec{a}_T^2}}$$

$$\boxed{a = \sqrt{(\omega^2 r)^2 + (\alpha \cdot r)^2} = r \cdot \sqrt{\alpha^2 + \omega^4}}$$

1.2. Sile in Newtonovi zakoni

Zamislimo si poskus:



Telo porinemo v smeri podlage.
Čez čas se ustavi. Zakaj? Kaj bi se zgodilo, če bi trenje zmanjšal?
Telo bi se gibalo dalj časa. Kaj bi se zgodilo, če ne bi bilo trenja?
Telo bi se gibalo še dalj časa. Koliko dalj? V neskončnost.
Kaj sledi iz tega "miselnega poskusa"? Sledi 1. Newtonov zakon, ki ga je že poznal Galileo Galilei.
Isaac Newton (1642–1727). Ustanovitelj sodobne fizike.

1. Newtonov zakon: telo miruje ali se giblje premo enakomerno, če nanj ne deluje nobena sila (ali je vsota vseh zunanjih sil enaka 0).
Kaj je to sila? S silo označimo vpliv drugih teles na dano telo (npr. človek deluje s silo na telo), tako da povzročajo njihovo gibanje ali pa deformacije.

2. Newtonov zakon: pospešek telesa $\vec{a}$ je sorazmeren z zunanjo silo $\vec{F}$ in ima smer sile oziroma rezultante vseh zunanjih sil

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} \quad \text{ali} \quad \vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

$\vec{a}$ .... vektor pospeška | m .... masa
$\vec{F}$ .... vektor sile

Literatura

Definicija mase preko atomske mase ^{12}C : $m_0 = 1.66\cdot10^{-27}\,kg \cdot 12$

$\uparrow$

Poglejmo enote: ~~[illegible]~~ masa m .... [kg]

pospešek $\vec{a}$ .... [m/s^2]

sila $\hat{F} = m\cdot a$ = [$kg\,m/s^2$] = [N]

Enota za silo je N (kot Newton)

Kaj pa če imamo več zunanjih sil

$$\vec{F}_1 = (F_1, 0)$$
$$\vec{F}_2 = (-F_2, 0)$$

Izračunam vsoto sil $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = (F_1, 0) + (-F_2, 0) =$

$$= (F_1 - F_2, 0)$$

Katero smer ima pospešek $\vec{a}$? Ima smer x

$\vec{F} = m\cdot\vec{a}$ Ker ima $\vec{F}$ smer samo x, jo ima tudi $\vec{a}$!

$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$, lahko računamo za vsako smer posebej

$\vec{a} = (a_x, a_y)$

$$a_x = \frac{F_1 - F_2}{m}$$

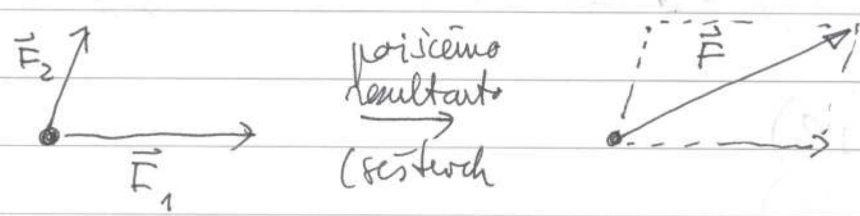
$$a_y = 0$$

$$\vec{a} = \left(\frac{F_1 - F_2}{m}, 0\right)$$

Vzemimo $F_1 = 10N$, $F_2 = 1N$, $m = 1kg$

$$a_x = \frac{F_1 - F_2}{m} = \frac{9N}{1kg} = 9ms^{-2}$$

Kaj se zgodi, če je vsota vseh zunanjih sil enaka 0?
Sile lahko delujejo v ravnini:



Kako v tem primeru računamo rezultanto? Tako, kot računamo z vektorji:

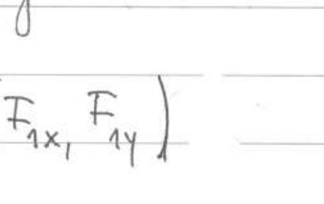
$\vec{F}_1 = (F_{1x}, F_{1y})$ $\qquad$ $\vec{F}_2 = (F_{2x}, F_{2y})$

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = (F_{1x} + F_{2x}, F_{1y} + F_{2y})$$

Poglejmo si primer enakomerno pospešenega gibanja:

3. Newtonov zakon: če deluje prvo telo na drugo telo s silo, deluje drugo telo na prvo z nasprotno enako silo.
Primer: 2 moža na vozičkih

Primer:



$|\vec{F}_1| = 10N$ $\qquad$ $\vec{F}_1 = (10N, 0)$

$|F_2| = 1N$ $\qquad$ $\vec{F}_2 = (1N\cos 60°, 1N \cdot \sin 60°) = (0{,}5N, 0{,}86N)$

$\alpha = 60°$ $\qquad$ $a = \frac{F}{m} = \frac{10{,}5N}{1kg} = 10{,}5ms^{-2}$

$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = (10N + 0{,}5N, 0 + 0{,}86N) = (10{,}5N, 0{,}86N)$ smer: $tg\beta = \frac{F_y}{F_x}$

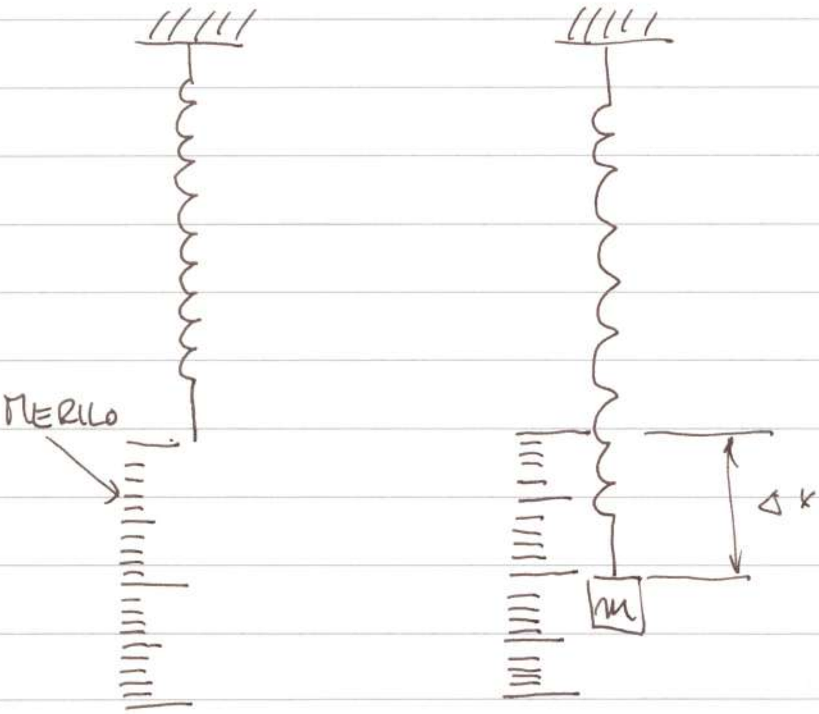
Velikost $|\vec{F}| = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{110{,}3N^2 + 0{,}739N^2} = \sqrt{111 N^2} = \underline{10{,}53N}$

Literatura

1.2.1. Meritev sil

Poglejmo si najprej načine, kako merimo sile

Vzmetna tehtnica (vijačna vzmet)



NEOBREMENJENA TEHTNICA

KO TEHTNICO OBREMENIM, SE VZMET RAZTEGNE ZA Δx

Velja enačba $F = k \cdot \Delta x$ (čim večja je sila, tem večji je raztezek vzmeti)

V našem primeru je sila, ki raztegnje vzmet kar sila teže $F = F_g = m \cdot g$

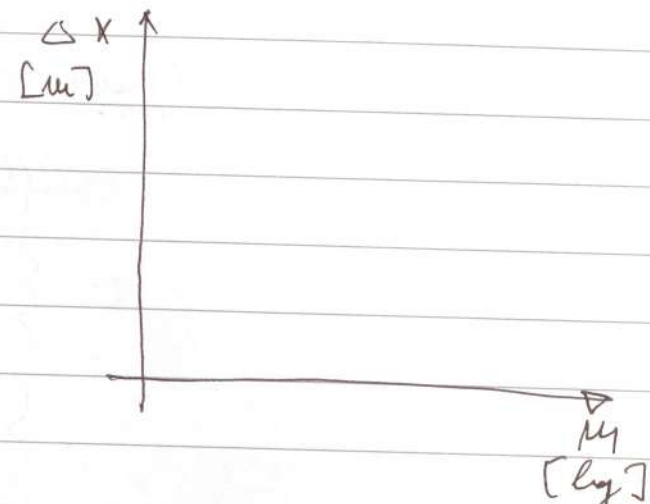
$$m \cdot g = k \Delta x \Rightarrow \boxed{\Delta x = \frac{g}{k} \cdot m}$$

Na točkasto telo z maso 1kg delujeta dve sili. Prva sila z velikostjo 1N ima smer osi x, druga sila z velikostjo 10N pa je pod kotom 60° glede na to os. Izračunaj s kolikšnim pospeškom se telo giblje in v kateri smeri.

Naredimo tabelo:

m [kg]	Δx [m]

Narišem to tabelo



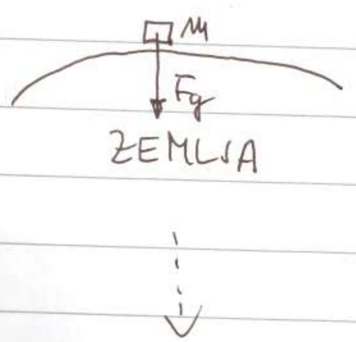
Strmina premice je $\frac{\Delta x}{m} = \frac{g}{k}$. To ocenim iz grafa in izračunam k.

1.2.2. Primeri sil iz narave: sila teže, sila lepenja in sila trenja

a) sila teže = gravitacijska sila

Gravita. Sila ~~teže~~ je sila, s katero se posamezna telesa privlačijo zaradi mase teles. Sila teže je gravitacijska sila, s katero Zemlja privlači telesa.

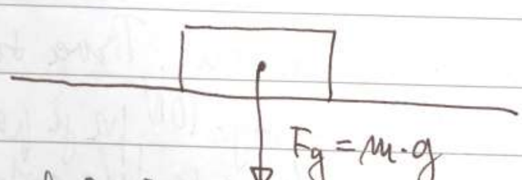
Smer sile teže je proti središču Zemlje in je enaka



$F_g = m \cdot g$

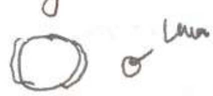
m... masa teles

g.... gravitac. pospešek 9,8 m/s² na površini Zemlje



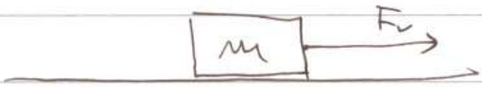
smer je navpična glede na vodoravno podlago

Torej: plima in oseka



Literatura

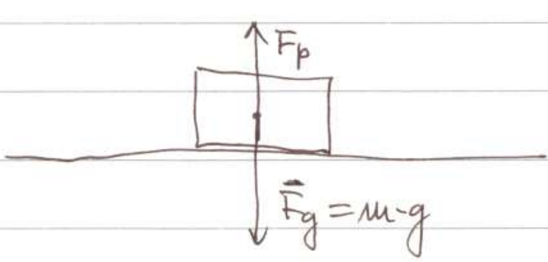
b) sila lepenja:



Telo z maso m postavim na ravno podlago in preko vrvice povlečem z majhno silo F_v. Telo se ne premakne. Silo vrvice moram povečati, da se telo začne premikati. Kaj je torej vzrok temu, da se telo ne premika, kljub temu da delujem nanj z zunanjo silo vrvice F_v?

Pogledam sile po komponentah:

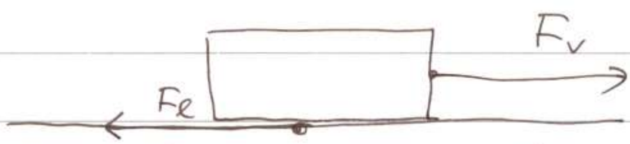
V smeri navpično na podlago:



Pogoj da se telo ne giblje v tej smeri: vsota vseh sil je 0:

$$F_p - m \cdot g = 0$$ iz tega izračunam lahko F_p.

V smeri vodoravno:

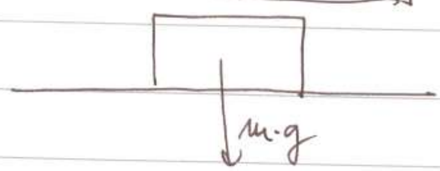


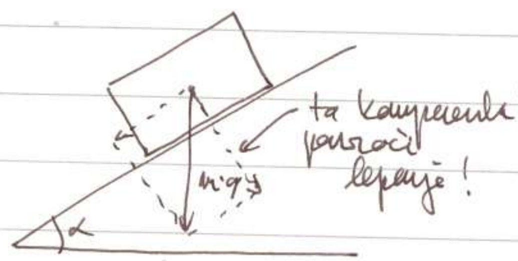
Očitno mora delovati še ena sila nasprotna F_v, da se telo ne giblje v vodoravni smeri! To je sila lepenja

Če je sila F_v manjša od sile največje sile lepenja, se telo ne bo gibalo! Izkaže se, da je F_e sorazmerna s komponento sile, pravokotno na podlago!

$$\boxed{F_e = m \cdot g \cdot k_e}$$

če je podlaga vodoravna





Če smo na klancu z naklonom α

$$\boxed{F_e = m \cdot g \cdot \cos\alpha \cdot k_e = k_e \cdot m \cdot g \cdot \cos\alpha}$$

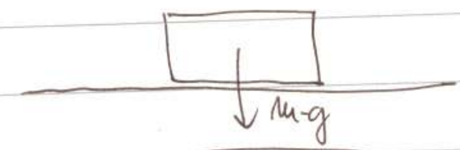
k_e ... koeficient lepenja:

les - les $k_e = 0.4$
led - led $k_e = 0.1$
guma - beton (suh) $k_e = 1.0$
guma - beton (moker) $k_e = 0.7$

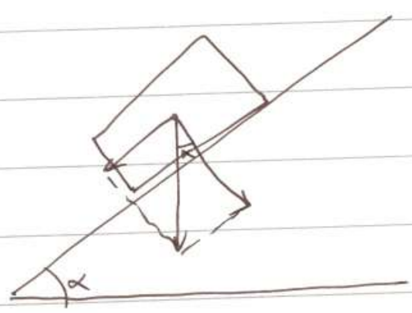
Literatura

c) sila trenja:

Ko se telo giblje po podlagi, opazimo, da potrebujemo neko silo, da se telo giblje enakomerno. Torej mora podlaga (po Newtonovem I. zakonu) povzročati silo, ki zavira gibanje. To je sila trenja.



$$\boxed{F_{tr} = k_{tr} \cdot m \cdot g}$$ če je podlaga vodoravna



Če smo na klancu, je zopet potrebno vzeti samo tisto komponento sile teže, ki je pravokotna na klanec. Ta je $F_{g\perp} = m \cdot g \cdot \cos\alpha$

$$\boxed{F_{tr} = k_{tr} \cdot m \cdot g \cdot \cos\alpha}$$

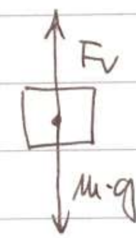
k_{tr} .... koeficient trenja (brez enote)

led-led ... $k_{tr} = 0{,}02$
sani po podlagi $k_{tr} = 0{,}02$
kovina-kovina $k_{tr} = 0.1 - 0.2$
(brez mazanja)

1.2.3. Primeri uporabe Newtonovih zakonov

a) Utež z maso 1 kg je obešena na vrvici. Za sistem vzamemo utež. Katere so zunanje sile? S kakšno silo je napeta vrvica?

Sili sta dve: sila vrvice in sila teže:



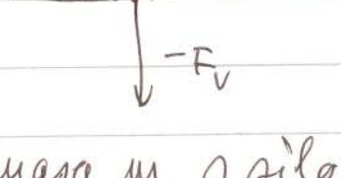
Ker utež miruje, velja $F_v - m\cdot g = 0 \Rightarrow F_v = m\cdot g$

S silo vrvice torej preprečujemo, da bi telo padlo. Ta sila vrvice se seveda prenaša naprej:

vrvica:

Vrvica je torej napeta s silo $F_v = m\cdot g = 1\,kg \cdot 9{,}8\,m\,s^{-2}$
$= \underline{\underline{9{,}8\,N}}$

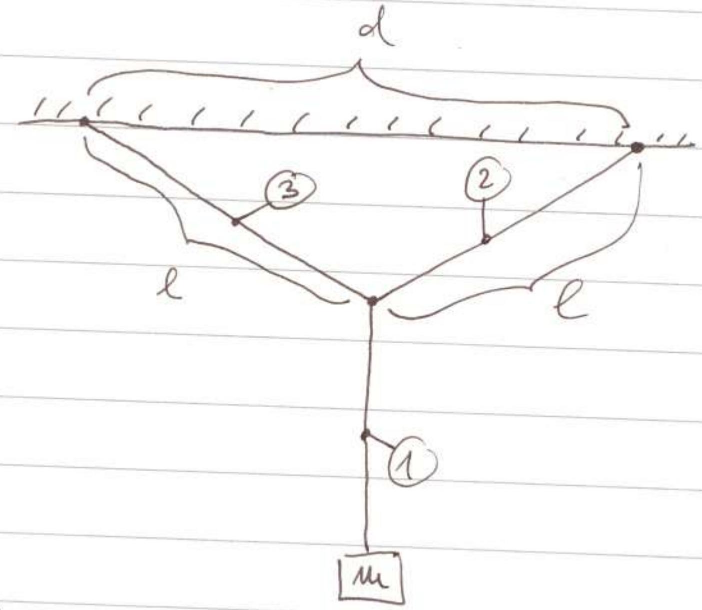
Kaj pa strop:



Na strop deluje masa m s silo $-F_v$ (strop se res lahko podre, če je ta sila prevelika).

Literatura

b) Utež z maso 1 kg je obešena na dveh enako dolgih vrvicah z dolžino 1 m, ki sta pritrjeni na strop v razmiku 1,8 m. Izračunaj silo, s katero so napete vrvice.

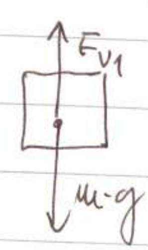


$m = 1\,kg$

$l = 1\,m$

$d = 1,8\,m$

Najprej pogledamo utež, ki miruje. Zato je vsota vseh sil enaka 0:

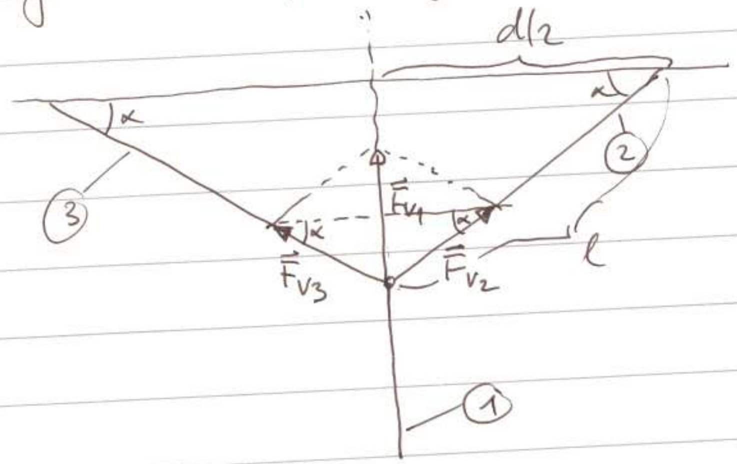


$$F_{v1} - m \cdot g = 0$$

$$F_{v1} = m \cdot g = 1\,kg \cdot 9,8\,ms^{-2} = \underline{\underline{9,8\,N}}$$

Pogledam vrvico št 1: vsota vseh sil mora biti 0, ker se vrvica ne giblje!

Torej morata vrvici št. 2 in 3. v stičišču z vrvico št. 1 ~~kompenzirati~~ delovati s skupno silo F_{v1} v smeri navpično navzgor. Sile se prenašajo lahko samo v smeri vrvice



Po velikosti sta F_{v2} in F_{v3} enaki! Skupaj pa se sestavita v $\vec{F}_{v1}$.

Velja

$$F_{v2} \cdot \sin\alpha + F_{v3} \cdot \sin\alpha = F_{v1}$$

$$2 F_{v2} \cdot \sin\alpha = F_{v1}$$

$$\boxed{F_{v2} = F_{v3} = \frac{F_{v1}}{2 \sin\alpha}}$$

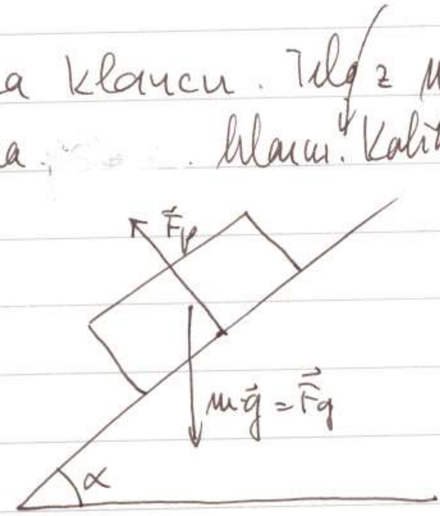
Kot α pa dobim : $\cos\alpha = \frac{d}{2 \cdot l} \Rightarrow \alpha = \arccos\frac{d}{2l} =$

$$= \arccos 0{,}9 = \underline{25{,}8^\circ}$$

$$F_{v2} = \frac{9{,}8\,N}{2 \cdot \sin 25{,}8^\circ} = \frac{4{,}9}{0{,}435}\,N = \underline{11{,}3\,N}$$

Čim manjši je kot α, tem večja je sila v vrvici št. 2 in

c) Sile na klancu. Telo z maso 1 kg je ~~postavljeno na~~ pri miruje na klancu. Kolikšen je koeficient lepenja, če telo zdrsne ko naklonski kot klanca povečamo na 35°



Katere sile delujejo na telo, ki stoji na klancu?

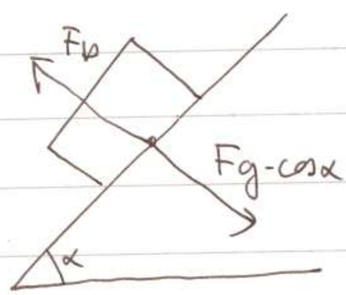
- sila teže navpično navzdol
- sila podlage $\vec{F}_p$, ki deluje $\perp$ na smer klanca.

Ker telo miruje, mora biti vsota vseh zunanjih sil enaka 0. Sile razstavim na komponente, ki so pravokotne s klancem in sile, ki so paralelne s klancem:

sile, ki so pravokotne na klanec: F_p in $F_g \cdot \cos\alpha$

Ta sila stiska ($F_g \cdot \cos\alpha$) telo ob klanec in zaradi tega se pojavi še dodatna sila v smeri paralelno s klancem, t.j. sila lepenja.

a) pravokotne sile:

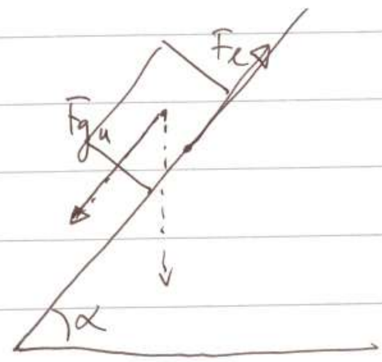


$F_p - F_g \cdot \cos\alpha = 0$

$F_p - m \cdot g \cdot \cos\alpha = 0$

S tako silo telo tišči ob podlago.

b) sile vzporedne s klancem:



$F_{g\parallel} = F_g \cdot \sin\alpha = m \cdot g \cdot \sin\alpha$ To je komponenta sile teže, vzporedna s klancem.

$F_e = F_g \cdot \cos\alpha \cdot k_e = m \cdot g \cdot \cos\alpha \cdot k_e$

Pogoj: $F_{g\parallel} \leq F_{e\,max}$, telo ne drsi navzdol

$$\cancel{m} \cdot \cancel{g} \cdot \sin\alpha \leq \cancel{m} \cdot \cancel{g} \cdot \cos\alpha \cdot k_e \quad / : \cos\alpha$$

$$\boxed{\mathrm{tg}\,\alpha \leq k_e}$$

Če je kot α prevelik, telo zdrsne. Pri katerem kotu zdrsne?

$$\boxed{\mathrm{tg}\,\alpha_{max} = k_e}$$

$\alpha_{max} = 35° \Rightarrow k_e = 0{,}70$

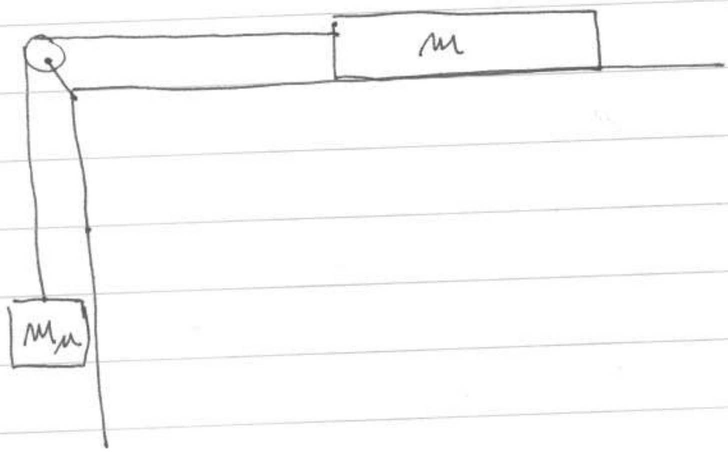
Poglejmo si na primeru, kakšni so koeficienti lepenja.

Literatura

d) enakomerno pospešeno gibanje

Poglejmo si eksperiment, v katerem enakomerno pospešujemo voziček na zračni klopi:

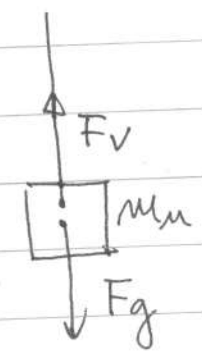
Opozori: ni točkasto telo !!!



$m =$

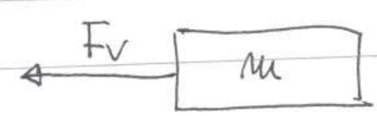
Koliko teles je v sistemu? Napišemo enačbe gibanja (2. Newtonov zakon) za vsako telo posebej. Ker sta telesi ~~Poglejmo~~ povezani z vrvico, ki se ne raztegne, sta pospeška obeh teles enaka, imata pa različni smeri.

Utež: katere sile delujejo na utež?



$$F_g - F_v = m_u \cdot a$$

Pazi na predznak $\vec{a}$-ja in $\vec{F}_g$



Jahač: Deluje samo sila vrvice

$$F_v = m \cdot a$$

$= \frac{0,86}{10,5} = 0,082 \Rightarrow \beta = 4,7^\circ$

$\beta = 0,38$ deg

Imam torej dve enačbi z dvema neznankama, F_v in a

$$F_g - F_v = m_u \cdot a$$ pazim m in m_u

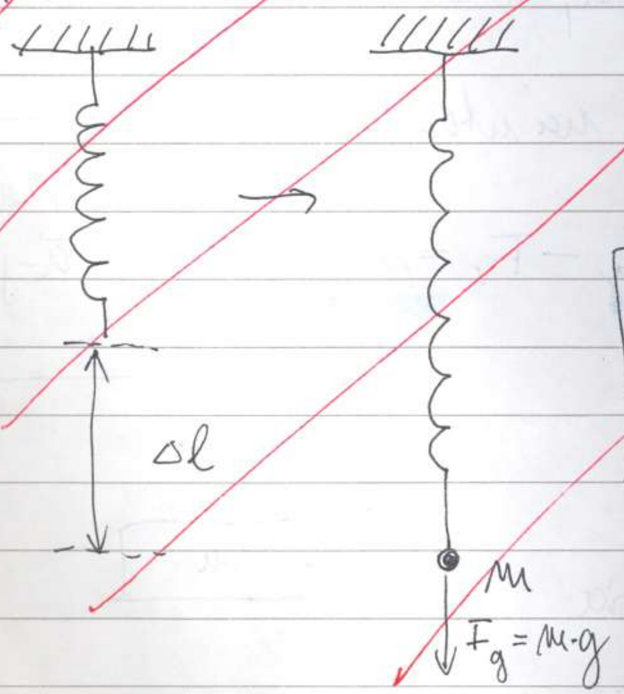
$$F_v = m \cdot a$$

Če enačbi seštejem, dobim:

$$F_g = (m + m_u)\cdot a = m_u \cdot g$$

$$\boxed{a = \frac{m_u}{m + m_u}\cdot g}$$

~~S čim merimo sile? Najbolj preprost merilec je vijačna vzmet:~~



~~Ko damo na vzmet maso ali jo potegnemo, se raztegne. Raztezek je sorazmeren s silo~~

$$\boxed{F = k \cdot \Delta l}$$

~~k .... koeficient vzmeti [N/m]~~

Literatura

1.3. Izrek o gibalni količini točkastega telesa

Izhajamo iz 2. Newtonovega zakona za 1 točkasto telo

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

$\vec{F}$.... zunanja sila
m.... masa točkastega telesa
$\vec{a}$.... pospešek točkastega telesa

Spomnimo se, da je pospešek definiran takole:

$$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

to je sprememba hitrosti v časovni enoti. Ali sprememba za $\Delta \vec{v}$ v času Δt.

Vstavim v Newtonov zakon in dobim:

$$\vec{F} = m \cdot \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \qquad / \cdot \Delta t$$

$$\vec{F} \cdot \Delta t = m \cdot \Delta \vec{v} = m\left(\vec{v}(t+\Delta t) - \vec{v}(t)\right)$$

Torej se 2. Newtonov zakon zapiše:

$$\boxed{\vec{F} \cdot \Delta t = m \cdot \Delta \vec{v}} \Rightarrow \boxed{\vec{F} \cdot \Delta t = \Delta \vec{G}}$$

Vpeljem novo količino: $\vec{G} = m \cdot \vec{v}$

To je gibalna količina z enoto [kg·m/s]. ~~2 Newtonov zakon~~

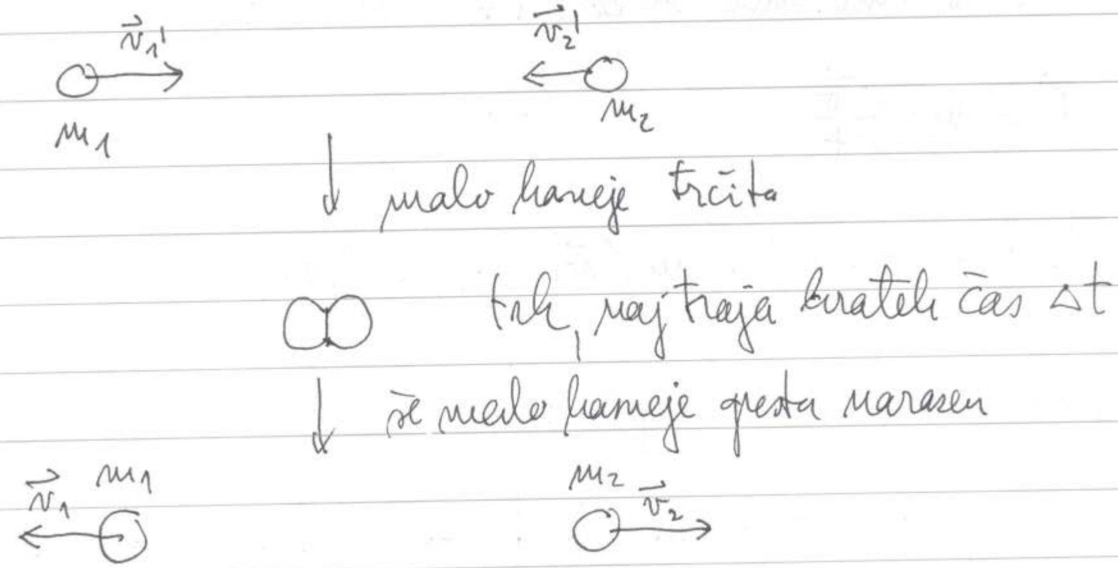
Dobili smo izrek o ohranitvi gibalne količine, ki pravi: skupni sunek zunanjih sil je enak spremembi gibalne količine. Ali:

$$\vec{F} = \frac{\Delta \vec{G}}{\Delta t} \qquad \Delta G = m\cdot\vec{v}(t+\Delta t) - m\cdot\vec{v}(t)$$

Poseben primer: $\vec{F}=0$ (zunanje sile so enake 0).

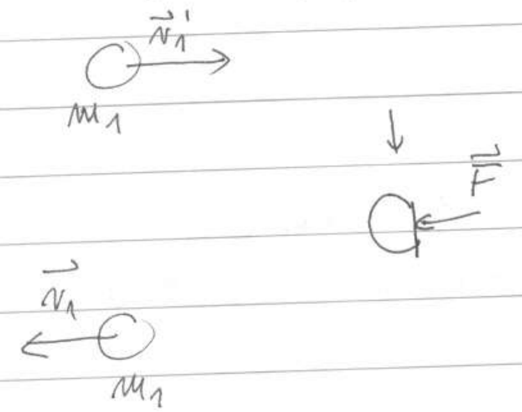
$$\vec{F} = 0 \rightarrow \Delta\vec{G} = 0$$

Kako lahko ta izrek ~~koristno~~ koristno uporabimo? Poglejmo si trk dveh majhnih kroglic, ki gresta ena proti drugi:



Literatura

Poglejmo, kaj se dogaja s prvo kroglico:

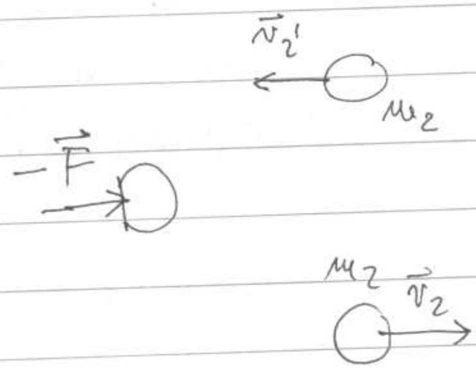


deluje sila $\vec{F}$ od druge kroglice v času trka Δt

Zapišimo zakon o ohranitvi gibalne količine za to kroglico:

$$\vec{F}\cdot\Delta t = m_1\vec{v}_1 - m_1\vec{v}_1'$$

Poglejmo za drugo kroglico:



$$-\vec{F}\cdot\Delta t = m_2\vec{v}_2 - m_2\vec{v}_2'$$

Imam torej dve enačbi, vsako za eno kroglico

$$\left.\begin{aligned} \vec{F}\Delta t &= m_1\vec{v}_1 - m_1\vec{v}_1' \\ -\vec{F}\Delta t &= m_2\vec{v}_2 - m_2\vec{v}_2' \end{aligned}\right\}$$ enačbi seštejem in dobim:

$$0 = \underbrace{(m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2)}_{\text{gibalna količina obeh kroglic na koncu}} - (m_1\vec{v}_1' + m_2\vec{v}_2')$$

gibalna količina obeh kroglic na začetku

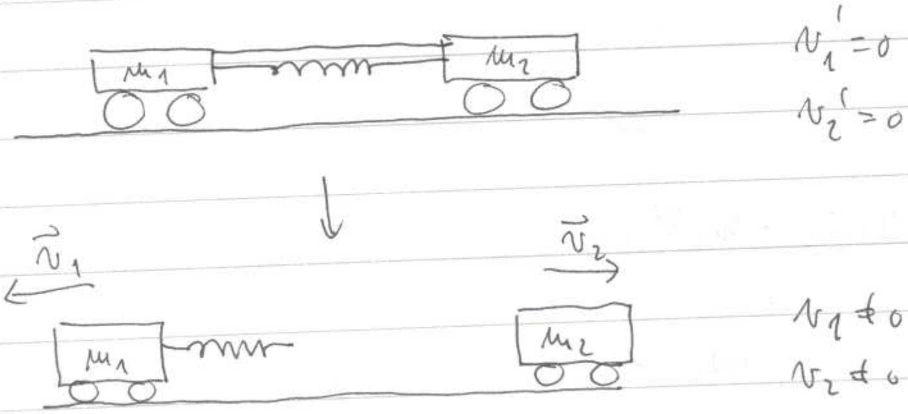
Definiram skupno gibalno količino

$\vec{G}$ (dveh teles) $= m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2$

Ker razen teh dveh teles ni nobenega drugega, ni zunanjih sil, torej se gibalna količina obeh teles skupaj ohranja

$$\boxed{0 = \Delta\vec{G} = \vec{G}(t+\Delta t) - \vec{G}(t)}$$

1. Primer: Dva vozička z maso $m_1 = 1\,kg$ in $m_2 = 5\,kg$ sta na vodoravnem tiru. Med seboj sta povezana z vrvico, ki napenja vijačno vzmet med obema vozičkoma. Kolikšno je razmerje hitrosti obeh vozičkov, ko vrvico prerežemo?



Ker v vodoravni smeri ni nobene zunanje sile, se gibalna količina obeh vozičkov skupaj ohranja

$$0 = \vec{G} - \vec{G}' = (-m_1 v_1 + m_2 v_2) - (0 + 0) = m_2 v_2 - m_1 v_1$$

Literaturna

Če sta masi enaki, $m_1 = m_2$, sta hitrosti ~~en~~ nasprotno enaki. To pomeni, da vozička opravita enako veliko pot v enakem času. Če enega od vozičkov obtežim, bo imel manjšo hitrost in po bo opravil krajšo pot kot lažji voziček.

2. Primer: neprožni trk dveh vozičkov.
Trki dveh ali več teles so primeri, pri katerih uporabljamo ~~zakon~~ o izrek o gibalni količini.

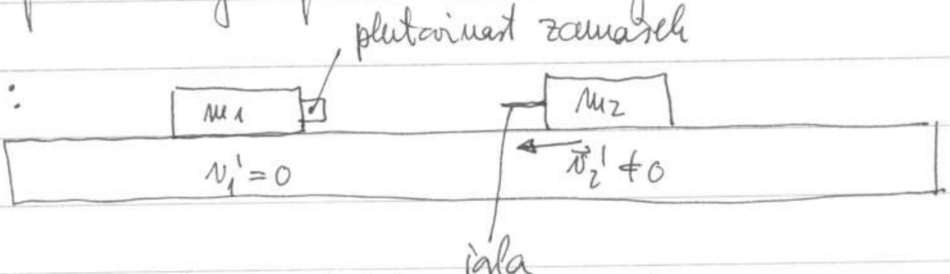
Trki → prožni: ohranja se gibalna količina
ohranja se kinetična energija

→ neprožni: ohranja se gibalna količina
ne ohranja se kinetična energija

Primer prožnega trka: trk dveh biljardnih krogel (skoraj)
Primer neprožnega trka: avtomobil se zaleti v steno

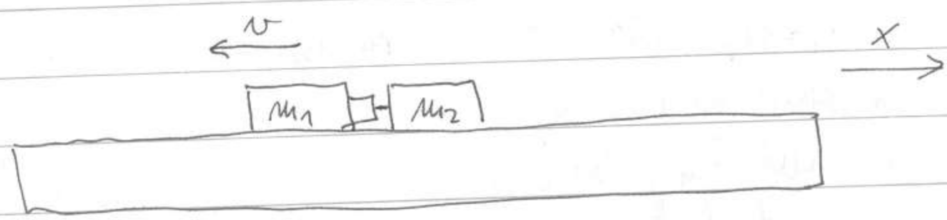
Poglejmo si poenostavljen primer dveh jahačev na zračni progi

Pred trkom:



Hitrost drugega vozička pred trkom v_2' merim z uro.

Po trku: oba vozička sta med seboj povezana in se gibljeta z enako hitrostjo:



Za sistem štejem oba vozička skupaj, torej imam v sistemu dve telesi. Vsako telo prinese svojo gibalno količino.
Ker v vodoravni (x) smeri ne deluje nobena sila, je vsota zunanjih sil v tej smeri enaka 0! Torej velja

$$F\cdot\Delta t = 0 = \Delta G = m_1 v + m_2 v - (m_1 v_1' + m_2 v_2') =$$

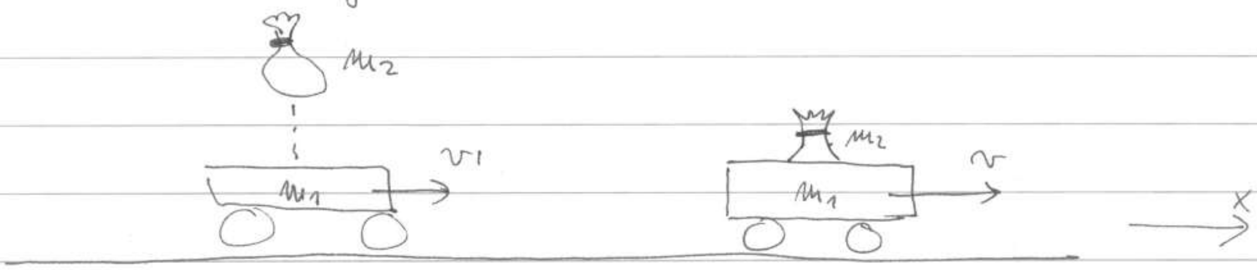
$$= (m_1 + m_2) v - m_2 v_2' \qquad \text{ker je } v_1' = 0$$

$$(m_1 + m_2) v = m_2 \cdot v_2'$$

$$\boxed{v = \frac{m_2}{m_1 + m_2} \cdot v_2'}$$

Masi vozičkov sta izbrani tako, da sta enaki, $m_1 = m_2$, torej mora biti končna hitrost obeh vozičkov po trku enaka polovici začetne hitrosti drugega vozička.

3. Primer: Na voziček, ki se z enakomerno hitrostjo giblje po vodoravnem tiru, vržemo vrečko s peskom v smeri navpično na tir. Kaj se zgodi s hitrostjo vozička?



ali je $v = v'$?

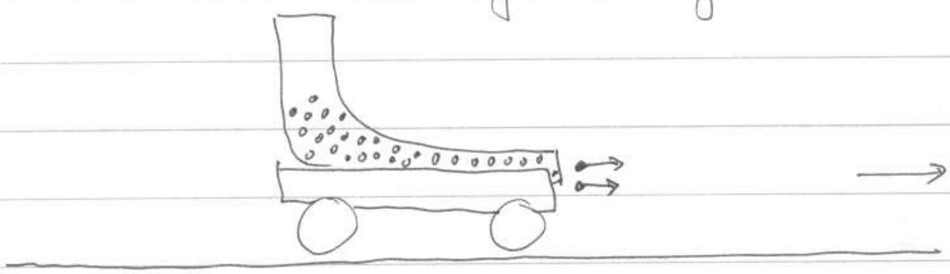
Kam je usmerjen sunek sile? Pravokotno na tir. To pomeni, da je sunek zunanje sile v smeri vzporedno s tirom enak 0. Torej se mora ohranjati celotna gibalna količina v tej smeri.

$$\Delta G_x = G_x - G_x' = (m_1+m_2)\cdot v - m_1 v_1' = 0$$

$$\boxed{v = \frac{m_1}{m_1+m_2}\cdot v_1'}$$

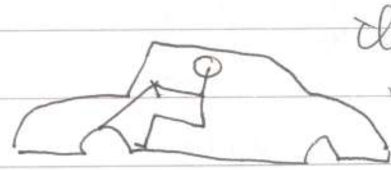
Ker se masa poveča, se mora hitrost zmanjšati, da ostane gibalna količina konstantna. Voziček se torej upočasni.

4. Primer: voziček iz katerega iztekajo šibre



Zakaj se začne voziček gibati? Iztekajoče šibre imajo gibalno količino v smeri x. Ker se mora celotna gibalna količina vozička in šiber ohranjati, se začne voziček gibati v nasprotni smeri iztekajočih šiber. Na kaj vas to spominja? Na raketni motor, s čemer pridemo do sile curka.

5. Primer: Človek z maso 80 kg se vozi v avtomobilu s hitrostjo 100 km/h. Avtomobil se čelno zaleti v steno in obmiruje. Izračunaj, s kolikšno povprečno silo deluje pločevina avtomobila na človeško telo, če je čas trka telesa in pločevine 0,5 ms. Za koliko se zmanjša ta sila, če z zračno blazino podaljšamo čas trka na 20 ms?



Človek z maso m in hitrostjo v' ima gibalno količino $G' = m \cdot v'$. Ko se ustavi, je gib. kol. enaka

$v' = 100\ km/h$

$\Delta t_1 = 0{,}5\ ms$

$\Delta t_2 = 20\ ms$

$F_1 = ?$

$F_2 = ?$

Sunek sile je enak spremembi gib. količine:

$$\Delta G = m(0 - v') = F \cdot \Delta t \Rightarrow \boxed{F = -\frac{m v'}{\Delta t}}$$

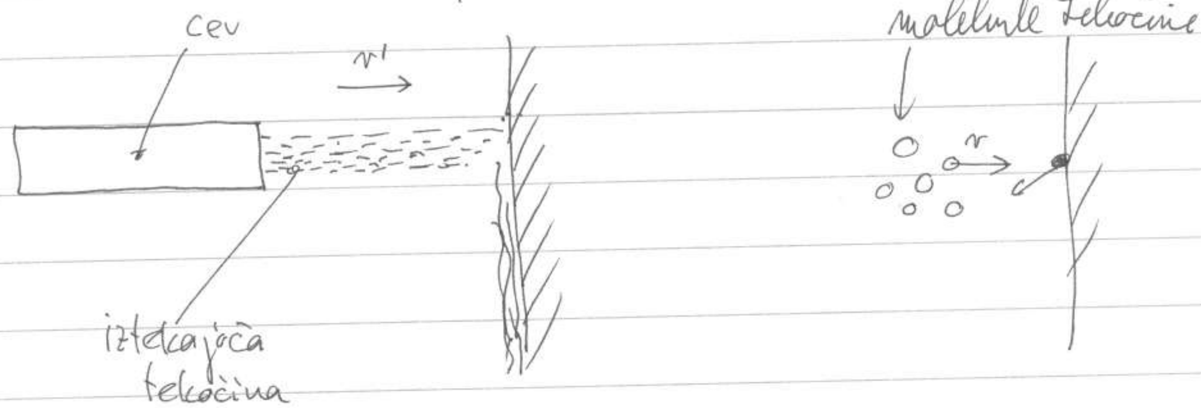
$$F_1 = \frac{80 kg \cdot 27 m/s}{0{,}5 \cdot 10^{-3} s} = \frac{8 \cdot 2{,}7}{0{,}5} \cdot 10^5 N = \underline{4{,}3 \cdot 10^6 N}$$ → to ustreza sili teže 430 ton!!

Sila teže 1 tone je $10^3 kg \cdot 9{,}8 m/s^2 \approx 10^4 N$

$$F_2 = \frac{80 kg \cdot 27 m/s}{20 \cdot 10^{-3} s} = \frac{8 \cdot 2{,}7}{2} \cdot 10^4 N = \underline{10{,}8 \cdot 10^4 N}$$ → to ustreza sili teže 10,8 ton!!

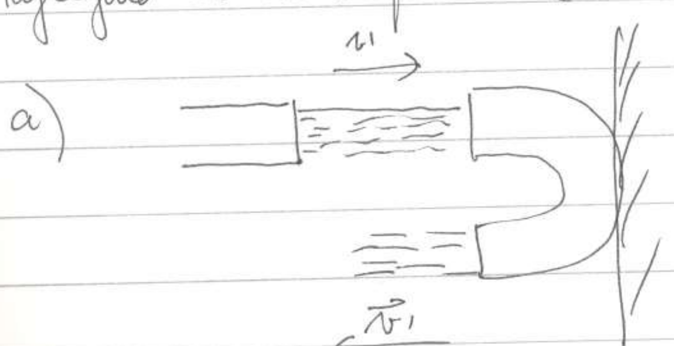
Literatura

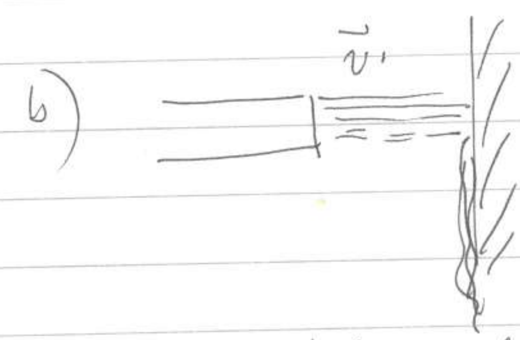
1.3.1. Sila curka in nasprotna sila curka



Curek tekočine s hitrostjo v' zadene mirujočo pregrado pod pravim kotom. S kolikšno silo deluje curek tekočine na pregrado?

Poglejmo si dva primera:





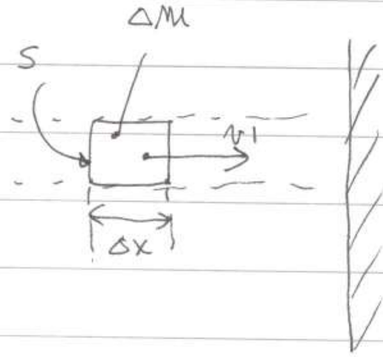
Smer hitrosti se spremeni za 180°, voda se odbije od stene v nasprotni smeri

Hitrost po trku vode s steno je praktično 0, voda polzi po steni.

Za kaj gre v obeh primerih?

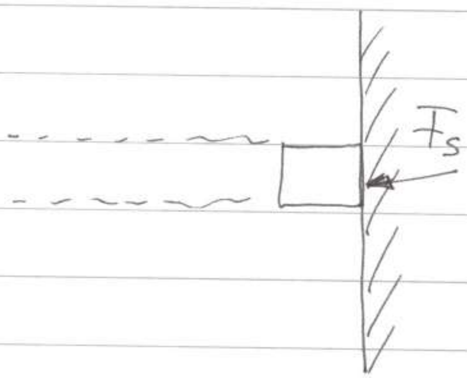
$s = \frac{1}{2} a t^2$ v

To si najlažje ogledamo, če zasledujemo gibanje enega najmanjšega dela tekočine:

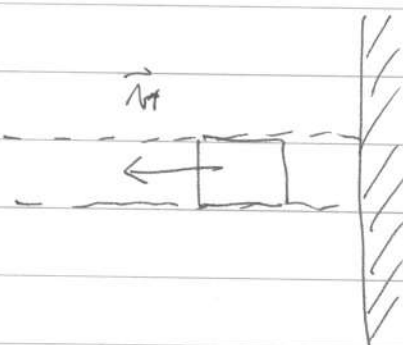


pred trkom

$\Delta m = \rho \cdot \Delta x \cdot S$



trk tekočine s steno



tekočina se od odbije od stene ali pa spolzi.

V obeh primerih velja, da je sprememba gibalne količine ~~ga~~ delčka vode zaradi sile stene F_s.

Poglejmo gibalno količino na začetku, pred trkom

$$G' = \Delta m \cdot v' = \rho \cdot S \cdot \Delta x \cdot v'$$

Po trku: $G = -\rho \cdot S \cdot \Delta x \cdot v$

Sunek sile je torej enak

$$F_s \cdot \Delta t = -\rho \cdot S \cdot \Delta x \cdot v - \rho \cdot S \cdot \Delta x \cdot v' =$$

$$= -\rho \cdot S \cdot \Delta x \, (v + v') \qquad / : \Delta t$$

$$F_s = -\rho \cdot S \cdot \frac{\Delta x}{\Delta t} (v + v')$$

To je sila, s katero stena deluje na tekočino. Sila tekočine na steno mora biti ravno obratna

$$F_c = \rho \cdot S \cdot \frac{\Delta x}{\Delta t} (v + v') = \rho \cdot \Phi_V (v + v') = \Phi_m (v + v')$$

$$\boxed{F_c = \Phi_m (v + v')}$$

Φ_m .... masni pretok skozi cev (koliko kg vode steče vsako sekundo skozi cev $m/\Delta t$)

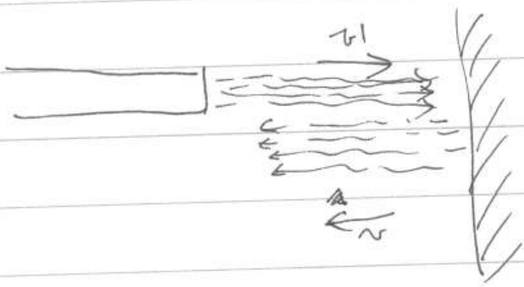
a) V primeru, da voda odbije z enako hitrostjo

$$v = v' \Rightarrow \boxed{F_c = 2 \Phi_m \cdot v'}$$

b) V primeru, da voda po trku spolzi ob steni, $v = 0$

$$\boxed{F_c = \Phi_m \cdot v'}$$

Primer: iz plastične cevi s premerom 2 cm steče vsako minuto 30 l vode v vodoravni smeri. S kolikšno silo deluje curek vode na navpično steno, če se voda odbije od stene z enako veliko hitrostjo v vodoravni smeri?



$F_c = 2\cdot\Phi_m\cdot v'$ Poiskati moramo v' in Φ_m

$$\Phi_m = \rho\cdot\frac{S\cdot\Delta x}{\Delta t} = \frac{\Delta m}{\Delta t} = \frac{30\,dm^3\cdot 1\,kg/dm^3}{60\,s} = 0{,}5\,kg/s$$

Masni tok vode je torej $0{,}5\,kg/s$.
Kolikšna je hitrost vode?

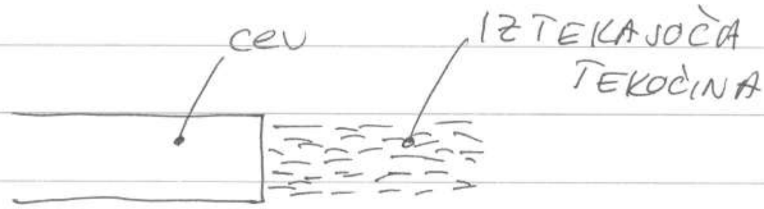
$$\Phi_m = \rho\frac{S\cdot\Delta x}{\Delta t} = \rho\cdot S\cdot v' \Rightarrow \qquad \frac{\Delta x}{\Delta t} = v'$$ To je ravno hitrost iztekajoče tekočine

$$\Rightarrow v' = \frac{\Phi_m}{\rho\cdot S} = \frac{0{,}5\,\cancel{kg}\cdot dm^3}{s\cdot 1\,\cancel{kg}\cdot\pi\,1\,cm^2} =$$

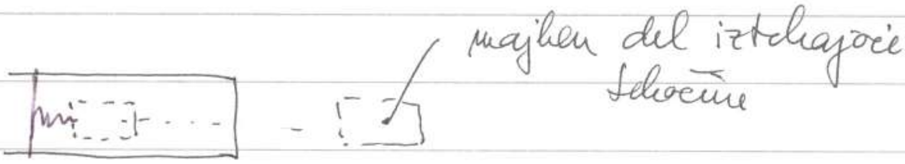
$$= \frac{0{,}5}{\pi}\cdot\frac{\cancel{dm^3}\,10^3\,cm^3}{s\,cm^2} = 159\,cm/s = 1{,}59\,m/s$$

$$F_c = 2\cdot\Phi_m\cdot v' = 2\cdot 0{,}5\,kg/s\cdot 1{,}59\,m/s = 1{,}59\,kg\,m\,s^{-2} = \underline{\underline{1{,}59\,N}}$$

Nasprotna sila curka:



Na kaj vas to spominja? Na raketo. Iz izkušenj vemo, da na cev deluje sila iztekajočega curka. Od kod pride ta sila



Delci tekočine, ki odleti iz cevi, vzame s seboj gibalno količino. Ker se mora gibalna količina v celoti ohraniti (ni zunanjih sil), deluje na cev (šobo) sila curka, ki je enaka

$$\boxed{F_{reakc} = \Phi_m \cdot v}$$

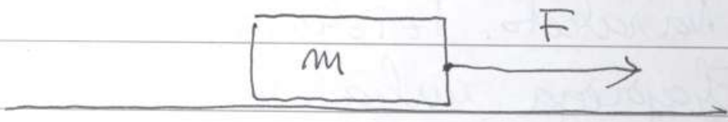
Φ_m ... masni pretok po cevi

v ... hitrost iztekajoče tekočine

Ohranitev energije točkastega telesa

1.4. Izrek o ohranitvi polne energije točkastega telesa

1.4.1. Kinetična energija in delo zunanjih sil



Telo z maso m je postavljeno na vodoravno podlago, po kateri lahko drsi brez trenja. Telo s konstantno hitrostjo začn. vlečemo s konstantno silo $\vec{F}$ v smeri vzporedno s podlago. Definiramo delo zunanje sile F, ki premakne telo z maso m za razdaljo s:

$$\boxed{A = F \cdot s}$$

A.... delo zunanje sile
F.... zunanja sila
s.... premik telesa v smeri zunanje sile $\vec{F}$!

Poglejmo, ali se da povezati delo zunanje sile A in hitrost telesa, potem ko se je premaknilo za razdaljo s? Ker je F konstantna, se telo z maso m giblje enakomerno pospešeno:

$$F = m \cdot a \Rightarrow A = F \cdot s = m \cdot a \cdot s$$

Vemo pa, da velja za enakomerno pospešeno gibanje

$$v^2 = v'^2 + 2ax$$

v'... začetna hitrost
v... končna hitrost
x... pot

$v^2 = v'^2 + 2as \Rightarrow a\cdot s = \frac{1}{2}(v^2 - v'^2)$

Ko vstavim v zgornjo enačbo za delo in dobim

$$A = m\cdot a\cdot s = m\cdot \frac{1}{2}(v^2 - v'^2) = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv'^2$$

150 km/h = 41,6 m/s
120 km/h = $\frac{120}{3,6}$ m/s = 33,3 m/s

Definiram kinetično energijo točkastega telesa:

$$\boxed{W_k = \frac{1}{2}m\cdot v^2}$$

Primer 1: Kolikšna je kinetična energija avtomobila z maso 1200 kg, ki vozi s hitrostjo 120 km/h? Za kolikokrat se energija poveča pri hitrosti 150 km/h

$W_k = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}\cdot 1200\,kg\cdot 33^2\,m^2/s^2 =$
$= 600\cdot 33^2\,J = \underline{\underline{666\,kJ}}$ | $600\cdot 41,6^2\,J = 1\,MJ$

4200 J/kgK : energija potrebna za segretje 1 kg vode za 1K. ⇒ za $\underline{160K}$
2 kg vode — segretje za $\underline{80°}$

$$\boxed{A = W_k - W_k'}$$

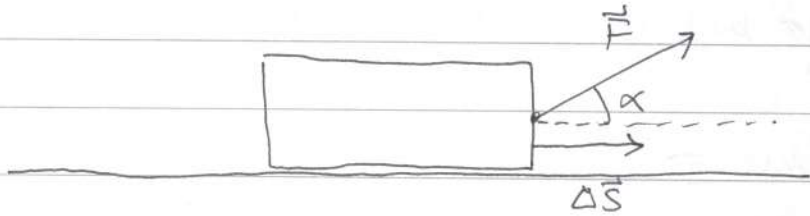
~~Delo zunanjih~~ To je izrek o kinetični energiji točkastega telesa, ki pravi:
delo zunanjih sil je enako spremembi kinetične energije.

V čem merimo delo in energijo:

$A = F\cdot s$ [N·m] = [J] Joule

Pomembno:
v splošnem je smer gibanja telesa različna od smeri posamezne sile, ker lahko delujejo še ostale sile.

Kot primer si oglejmo vlečenja telesa po vodoravni podlagi:



$\vec{F}$ .... zunanja sila
$\Delta\vec{s}$ .... premik telesa
α .... kot med silo in smerjo premika telesa

Sila $\vec{F}$ deluje pod kotom α glede na podlago, v smeri katere se telo giblje. Zato delo v splošnem definiran kot skalarni produkt

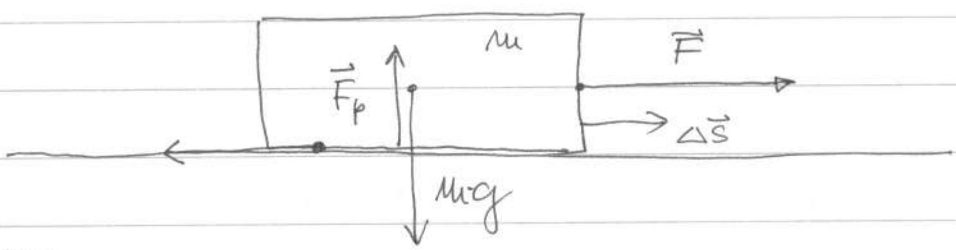
$$\boxed{\Delta A = \vec{F} \cdot \Delta\vec{s} = F \cdot \cos\alpha \cdot \Delta s}$$

$F \cdot \cos\alpha$ .... projekcija $\vec{F}$ na smer premika $\Delta\vec{s}$

Celotno delo sile na določeni poti dobim s seštevanjem prispevkov ΔA.
Kaj torej naredimo v primeru, ko imamo več sil, ki delujejo na dano telo? Upoštevati moramo delo vseh sil, vsake posebej.
Poglejmo si to na primeru dveh različnih primerih:

Literatura

Primer 1: Na vodoravni podlagi miruje telo z maso $m = 1\,kg$. Telo začnemo vleči s konstantno silo $2N$ v vodoravni smeri. Koeficient trenja s podlago je $k_{tr} = 0.1$. Kolikšna je kinetična energija telesa po $10\,m$ opravljene poti? Koliko dela opravimo? Kam gre razlika?



$F = 2N$

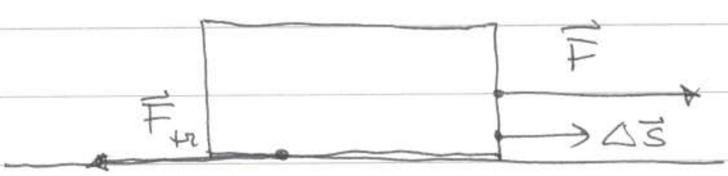
$m = 1\,kg$

$s = 10\,m$

$W_k = ?$

$A = ?$

Narišem vse sile, ki delujejo na telo. $\vec{F}_g$ in $\vec{F}_p$ sta v ravnovesju in delujeta pravokotno na premik $\Delta\vec{s}$. Zato je delo teh dveh sil enako 0. Moram pa upoštevati silo trenja



$\Delta\vec{s}$ .... smer premika telesa

Delo zunanjih sil v smeri premika je torej sestavljeno iz dveh prispevkov:

$$\Delta A = \vec{F}_{tr} \cdot \Delta\vec{s} + \vec{F} \cdot \Delta\vec{s} = \underbrace{-}_{\cos(180°) = -1} F_{tr} \cdot \Delta s + F \cdot \Delta s = W_k - \underbrace{W_k'}_{0} = W_k$$

$$W_k = F \cdot \Delta s - F_{tr} \cdot \Delta s = (F - F_{tr}) \cdot \Delta s = (F - m \cdot g \cdot k_{tr}) \cdot \Delta s =$$

$$= (2N - 1kg \cdot 9{,}8\,m/s^2 \cdot 0{,}1) \cdot 10m =$$

$$= (2N - 0{,}98\,\overset{N}{\overset{\parallel}{kg\,m/s^2}}) \cdot 10m = 1{,}02 \cdot 10\,Nm = \underline{\underline{10{,}2\,J}}$$

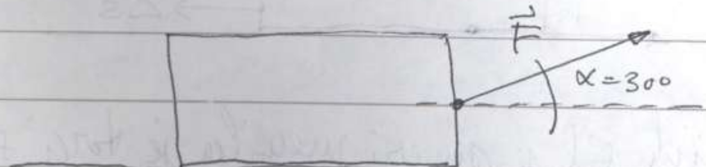
Kinetična energija telesa se poveča za 10,2 J.
Kolikšno delo opravi sila $\vec{F}$?

$$A_{\vec{F}} = F \cdot \Delta s = 2N \cdot 10m = \underline{\underline{20\,J}}$$

Kam pa razlika? Razliko pobere sila trenja, katere delo je negativno (gre ven iz telesa) in se spremenja v toploto.

Primer 2: Na vodoravni podlagi miruje telo z maso $m = 1kg$. Telo začnemo vleči s konstantno silo 2N v smeri 30° glede na vodoravnico. Koeficient trenja s podlago je $k_{tr} = 0.1$. Kolikšna je kinetična energija telesa po 10 m opravljene poti?

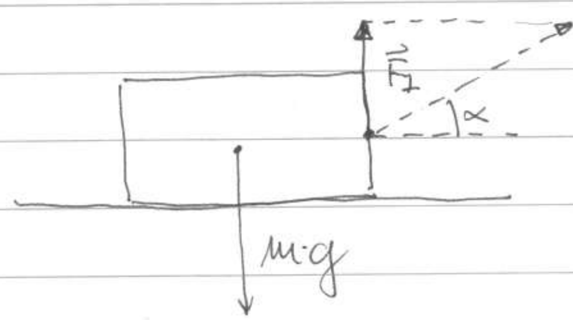
$m = 1kg$
$F = 2N$
$k_{tr} = 0.1$
$\alpha = 30°$
$W_k = ?$



Ugotoviti moramo, kam se giblje telo, saj sila $\vec{F}$ ni edina sila, ki deluje na to telo. Vprašanje je ali se giblje v smeri vodoravno s podlago ali telo tudi dvigujemo!

Literaturna

Poglejmo sile, ki delujejo v navpični smeri! To sta sila teže in vertikalna komponenta sile $\vec{F}$:



$$F_\perp = F\cdot\sin\alpha$$

Če bo $F_\perp > mg$, bomo telo tudi privzdignili, kar pomeni, da ne bo trenja s podlago. Poglejmo, če se to res zgodi:

$$F_\perp > m\cdot g \text{ ? ali to velja}$$

$$\left.\begin{aligned} F_\perp &= F\cdot\sin\alpha = 2N\cdot\sin 30° = 2N\cdot 0{,}5 = 1N \\ m\cdot g &= 1kg\cdot 9{,}8\,ms^{-2} = 9{,}8N \end{aligned}\right\} \Rightarrow F_\perp < m\cdot g$$

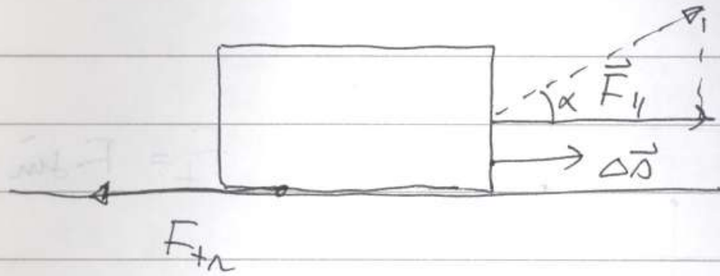
Telo je ves čas v stiku s podlago, nanjo pa pritiska s silo

$$F_p = m\cdot g - F_\perp = m\cdot g - F\cdot\sin\alpha$$

Ta sila na podlago povzroča silo trenja:

$$F_{tr} = k_{tr}(m\cdot g - F\cdot\sin\alpha)$$

V vodoravni smeri tako delujeta dve sili:



$F_\parallel = F\cdot\cos\alpha$

$\Delta\vec{s}$ ... smer premika

$$A = \vec{F}_\parallel\cdot\Delta\vec{s} + \vec{F}_{tr}\cdot\Delta\vec{s} = F\cdot\cos\alpha\cdot\Delta\vec{s} - F_{tr}\cdot\Delta s =$$

$$= F\cdot\cos\alpha\cdot\Delta s - (m\cdot g - F\cdot\sin\alpha)\cdot k_{tr}\cdot\Delta s = W_k - \overset{0}{W_k'} = W_k$$

$$\boxed{W_k = \Delta s\cdot\left(F\cdot\cos\alpha - k_{tr}(m\cdot g - F\cdot\sin\alpha)\right)}$$

Izračunajmo kolikšna je v tem primeru W_k:

$$W_k = 10m\cdot\left(2N\cdot\cos30° - 0{,}1\cdot(9{,}8N - 1N)\right) =$$

$$= 10m\,(1{,}73 - 0{,}88)N = \underline{\underline{8{,}5J}}$$

, to je manj, kot v prejšnjem primeru!

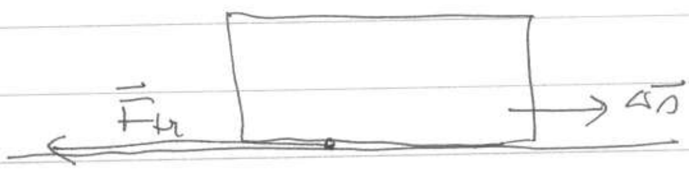
Kolikšna je hitrost? $W_k = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow$

$$v = \sqrt{\frac{2W_k}{m}} = \sqrt{\frac{2\cdot 8{,}5kgm^2/s^2}{1kg}} = \underline{\underline{4{,}1m/s}}$$

Literatura

Primer 3: Avtomobil mase m se giblje s hitrostjo $v = 72\,km/h$. V nekem trenutku blokiramo kolesa, tako da avtomobil začne drseti. Na kolikšni razdalji se avtomobil ustavi, če je koeficient trenja med kolesi in cesto $k_{tr} = 0.5$. Kolikšna je ta razdalja na poledenelem cestišču s koeficientom trenja $k_{tr} = 0,05$?

$$v = 72\,km/h = \frac{72 \cdot 10^3\,m}{3,6 \cdot 10^3\,s} = 20\,m/s$$



$$A = \vec{F}_{tr} \cdot \Delta \vec{s} = -F_{tr} \cdot \Delta s = \overset{0}{W_k} - W_k' = -W_k' = -\frac{1}{2} m \cdot v^2$$

$$\frac{1}{2} m v^2 = F_{tr} \cdot \Delta s = m g \cdot k_{tr} \cdot \Delta s$$

$$\boxed{\Delta s = \frac{v^2}{2 g k_{tr}}}$$

$$\Delta s_1 = \frac{20^2\,m^2/s^2}{2 \cdot 9,8\,m/s^2 \cdot 0,5} = 41\,m$$

$$\Delta s_2 = \frac{20^2\,m^2/s^2}{2 \cdot 9,8 \cdot 0,05\,m/s^2} = \underline{\underline{410\,m}}$$

Primer 4: Neprožni trk dveh vozičkov na zračni progi.
Zadnjič smo pokazali, da velja zakon o ohranitvi gibalne količine:

$m_1 = 10\,kg$
$v_1' = 10\,m/s$
$m_2 = 2\,kg$
$v_2' = 0$

$$\vec{F}\cdot\Delta t = \vec{G} - \vec{G}' \Rightarrow F\cdot\Delta t = 0 \qquad G = G'$$

$$(m_1 + m_2)v = m_1 \cdot v'$$

$$v = \frac{m_1}{m_1+m_2}\cdot v'$$

Ker je $m_1 = m_2 \Rightarrow v = \frac{1}{2}v'$

Kolikšna pa je energija pred trkom in po njem?

$$W_k - W_k' = \frac{1}{2}(m_1+m_2)v^2 - \frac{1}{2}m_1 v'^2 = \frac{1}{2}\cdot 2m\cdot\frac{v'^2}{4} - \frac{1}{2}m v'^2 =$$

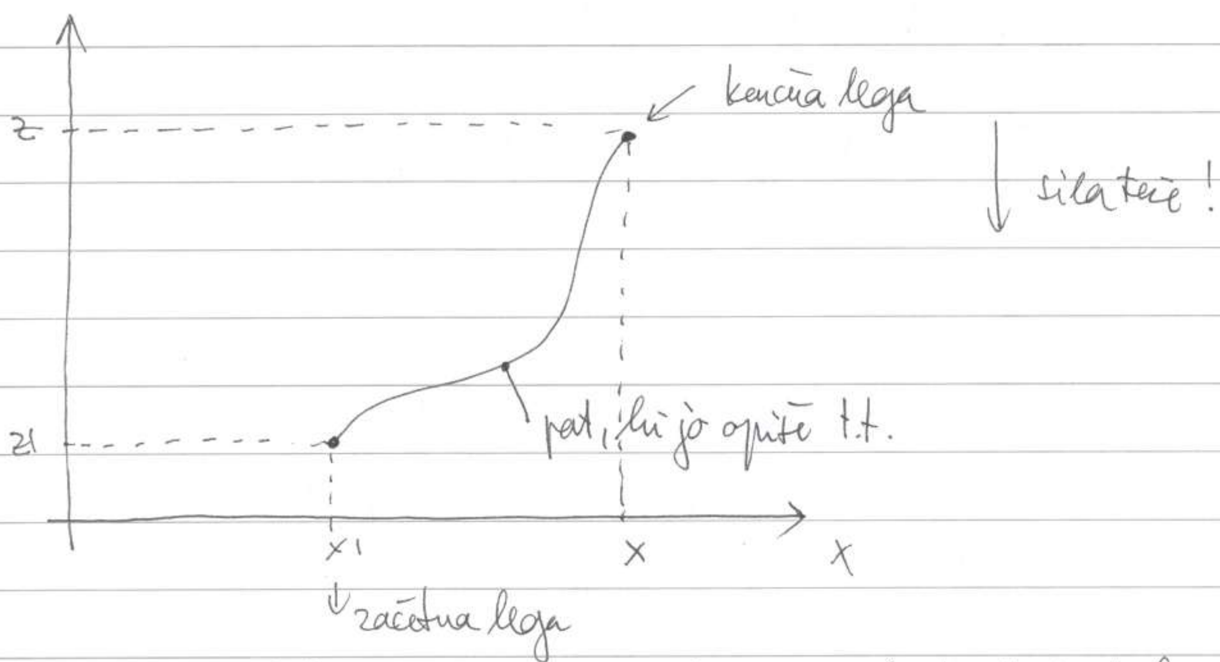
$$= \frac{1}{4}m v'^2 - \frac{1}{2}m v'^2 = -\frac{1}{4}m v'^2 < 0 \quad !!$$

Kinetična energija se torej zmanjša! Kam je šla?
Šla je v deformacijsko energijo, oziroma v gretje plutovinastega zamaška in igle.
Torej kljub temu, da je delo zunanjih sil enako nič, energijski zakon v taki obliki, kot smo ga zapisali ne velja!

Literatura

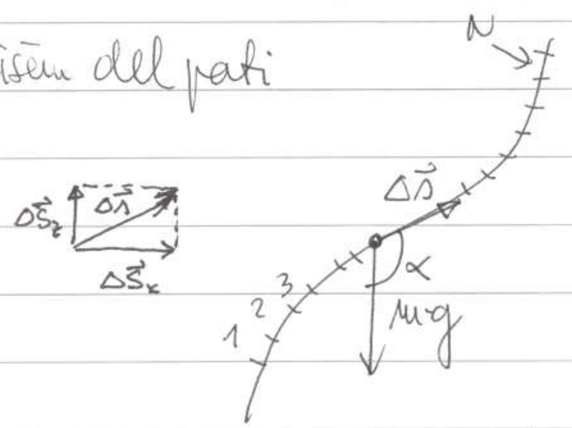
$F = \varkappa \cdot \frac{M \cdot m}{r^2}$ $\quad \varkappa = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\, kg^{-1} m^3 s^{-2}$

1.4.2. Delo sile teže, potencialna energija t.t.



Poglejmo, kolikšno delo opravi sila teže, ko točkasto telo premaknemo iz začetne lege na višini z' do končne lege na višini z!

Narišem del poti



$\Delta\vec{s} = (\Delta s_x, \Delta s_z)$

$\vec{F}_g = (0, -m \cdot g)$

$\Delta A = \vec{F}_g \cdot \Delta\vec{s} = -m \cdot g \cdot \Delta s_z$

Če sedaj seštejem vse prispevke k delu, naj bo N odsekov

$$A_{\text{sile teže}} = \sum_{\text{po vseh odsekih}} -m \cdot g \cdot \Delta s_z = -m g \sum_{\text{po vseh odsekih}} \Delta s_z = -m \cdot g\,(z - z')$$

Delo je odvisno samo od razlike višin!! Ne glede na pot, ki jo opravimo vmes, je delo odvisno samo od razlike!

Trdimo, da je sila teže konservativna sila!
Celotno delo zunanjih sil razdelim na

$$A = A_{teže} + A_{\substack{ostale\\sile}} = W_k - W_k'$$

$$A_{\substack{ostale\\sile}} = W_k - W_k' - A_{teže} = W_k - W_k' + m\cdot g(z-z') =$$

$$= W_k - W_k' + m\cdot g\cdot z - m\cdot g\cdot z'$$

Uvedemo potencialno energijo telesa: $W_p = m\cdot g\cdot z$
Je odvisna samo od višine, na kateri se t. nahaja!
Izrek o ohranitvi energije sedaj zapišemo:

$$\boxed{A_{\substack{ostale\\sile}} = W_k - W_k' + W_p - W_p'}$$

Delo zunanjih sil razen sile teže je enako vsoti spremembe kinetične energije in potencialne energije telesa.

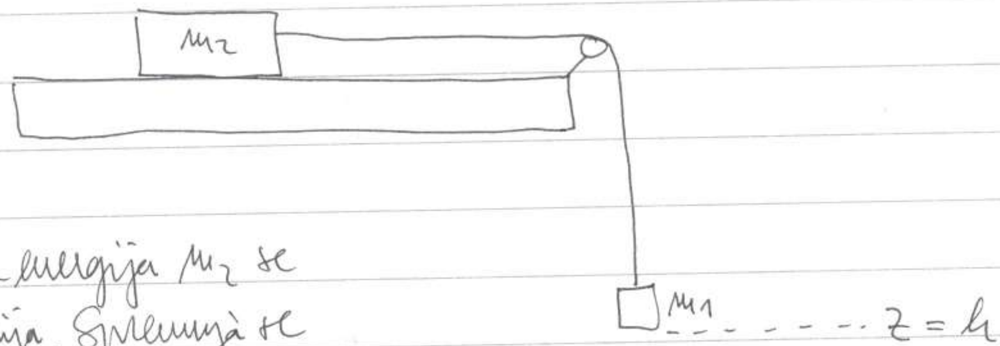
<u>Primer 1</u>: Kroglico vržemo navpično navzgor z začetno hitrostjo 10 m/s. Do katere višine se bo povzpela?

$$A_{\substack{ostale\\sile}} = 0 = \overset{0}{\overset{\shortparallel}{W_k}} - \overset{-\frac{1}{2}mv^2}{\overset{\shortparallel}{W_k'}} + W_p - W_p' = -\frac{1}{2}mv^2 + m\cdot g(z-z')$$

$$z - z' = \frac{v^2}{2g} = \frac{10^2\,m^2/s^2}{2\cdot 9{,}8\,m/s^2} = \underline{\underline{5{,}1\,m}}$$

Literatura

Primer 2: Pospeševanje telesa na zračni progi:



Potencialna energija m_2 se ne spreminja. Spreminja se potencialna energija m_1. Hitrosti obeh teles sta enaki.

$z' = 0$

$$A_{\text{ostale sile}} = 0 = W_k - W_k' + W_p - W_p' =$$

$$= \frac{1}{2} m_1 v^2 + \frac{1}{2} m_2 v^2 - 0 + \cancel{m_1 g h}\, 0 - m_1 \cdot g \cdot h$$

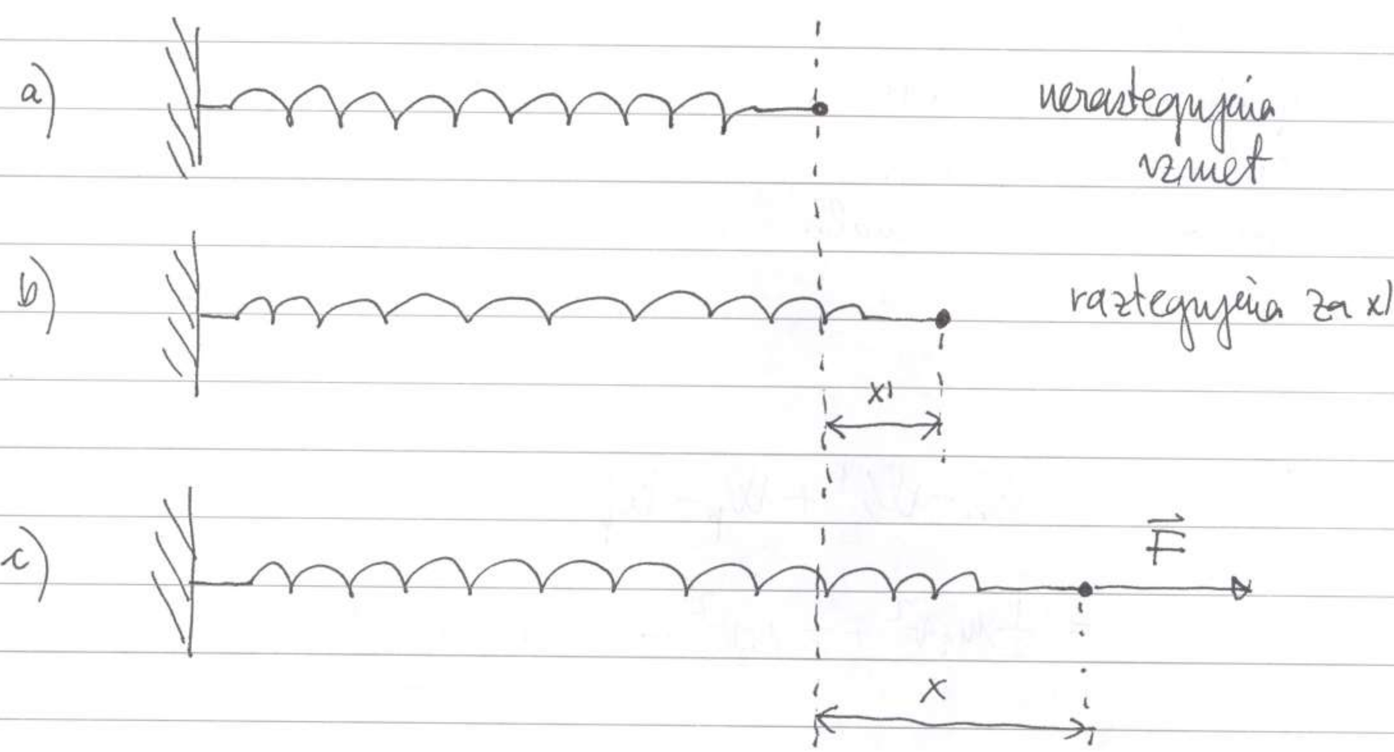
$$\frac{v^2}{2}(m_1 + m_2) = m_1 g h \Rightarrow \boxed{v = \sqrt{\frac{2 m_1 g \cdot h}{m_1 + m_2}}}$$

Izmerim hitrost vozička z maso m_2 potem ko m_1 dotakne tla.

$v = 0{,}789\,m/s$

1.4.3. Prožnostna energija

Poglejmo delo, ki ga opravlja zunanja sila pri raztegovanju vzmeti:

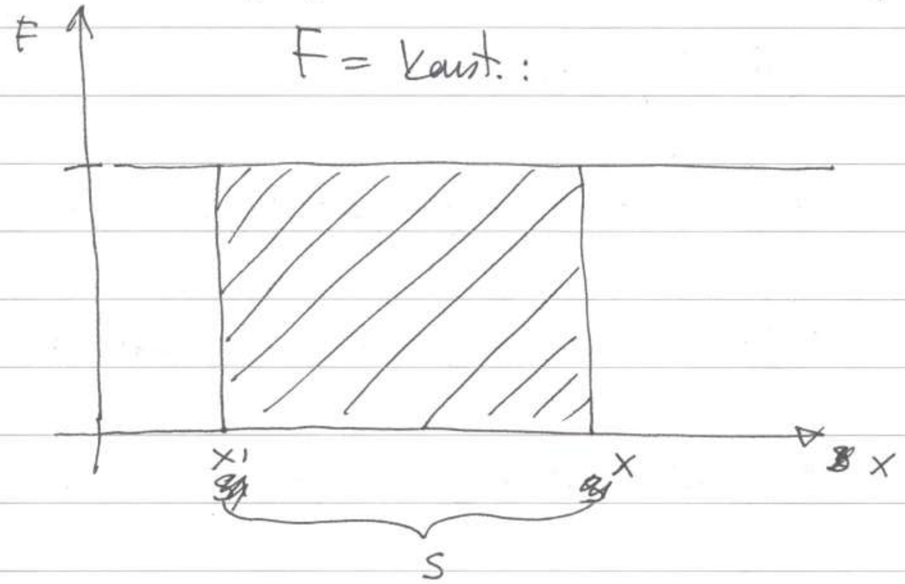


Z zunanjo silo raztegnem vzmet od začetnega raztezka x' do končnega raztezka x. Koliko dela opravi pri tem zunanja sila?

Ugotovimo: ko vzmet raztegujemo, se mora zunanja sila tem ustrezno povečevati, ni konstantna, ker velja $F = k \cdot x$. Sila se torej spreminja, medtem ko vzmet raztegujemo od začetne lege x' do končnega raztezka x. Kako v tem primeru izračunati delo sile?

Literaturna

Poglejmo si pojem dela, ki ga opravlja konstantna sila $\vec{F}$:

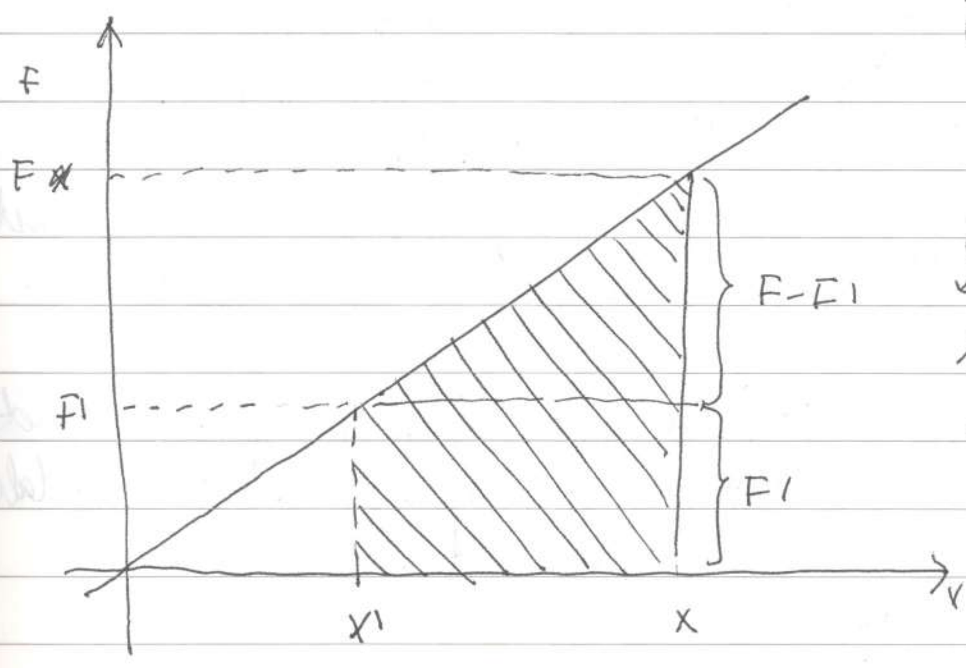


sila se s premikom ne spreminja

V tem primeru je $A = F \cdot s = F(x - x')$. To je enako ploščini lika pod krivuljo, ki kaže odvisnost sile pri premikanju telesa.

Kaj pa pri vzmeti? Vemo, da sila narašča sorazmerno z raztezkom vzmeti:

$F = k \cdot x$ To je enačba premice



Delo je zopet ploščina lika pod krivuljo, ki kaže odvisnost sile od raztezka (ali poti)

Izračunam ploščino osenčenega lika, ki predstavlja delo:

$$A = (x-x')F' + \frac{1}{2}(F-F')(x-x') =$$

Velja $F' = k\cdot x'$
$\underline{F = k\cdot x}$

$$= (x-x')\cdot k\cdot x' + \frac{1}{2}k(x-x')(x-x') =$$

$$= k\cdot x\cdot x' - k\cdot x'^2 + \frac{1}{2}k(x^2+x'^2-2xx') =$$

$$= k\cancel{x}\cdot x' - k\cdot x'^2 + \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}kx'^2 - k\cancel{x}\cdot x' =$$

$$= \frac{1}{2}kx^2 - \frac{1}{2}k\cdot x'^2$$

$$\boxed{A = \frac{1}{2}kx^2 - \frac{1}{2}kx'^2}$$

Delo, ki ga opravi zunanja sila pri stiskanju ali raztezanju vzmeti je torej odvisna samo od začetnega in končnega raztezka vzmeti, ne pa od tega, kar se je z vzmetjo dogajalo. Sila prožnosti je torej konservativna sila, notranja energija vzmeti pa je ~~od~~visna samo od končnega in začetnega raztezka. ~~Zaradi~~ tu Zaradi tega uvedemo prožnostno energijo:

$$\boxed{W_p = \frac{1}{2}kx^2}$$

to je energija, ki je spravljena v vzmeti, če je raztegnjena za x. To energijo lahko dobimo iz vzmeti.

k... prožnostna konstanta
x.... raztezek vzmeti

Literatura

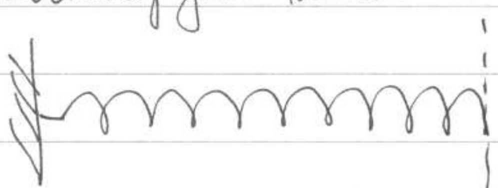
Izrek o ohranitvi energije se sedaj glasi:

$$\boxed{A_{zun} = W_k - W_k' + W_p - W_p' + W_{prož} - W_{prož}'}$$

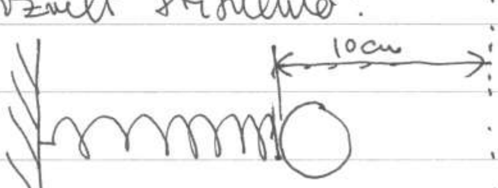
Delo zunanjih sil razen sile teže in sile vzmeti je enako vsoti sprememb kinetične, potencialne in prožnostne energije.

Primer 1: Vijačna vzmet s koeficientom $k = 10 N/m$ je postavljena v vodoravni smeri. Vzmet stisnemo za 10 cm in predenjo postavimo majhno kroglico z maso 10 g. S kakšno hitrostjo odleti kroglica, potem ko vzmet spustimo. Maso vzmeti zanemari!

a) neraztegnjena vzmet

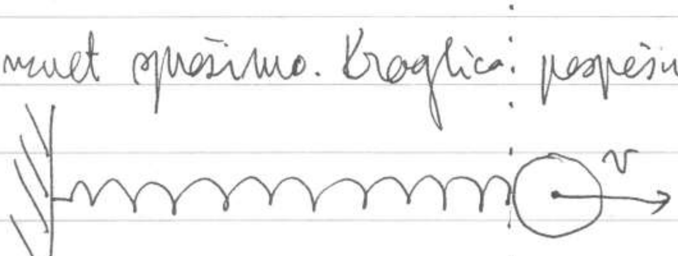


b) vzmet stisnemo:



$W_k' = 0$, $W_{prož}' = \frac{1}{2} k x'^2$

c) vzmet spustimo. Kroglica pospeši do lege, v kateri je neraztegnjena



$W_k = \frac{1}{2} m v^2$ $W_{prož} = 0$

Ker drugih sil v vodoravni smeri ni, velja

$$A = 0 = W_k - W_k' + W_{prož} - W_{prož}'$$

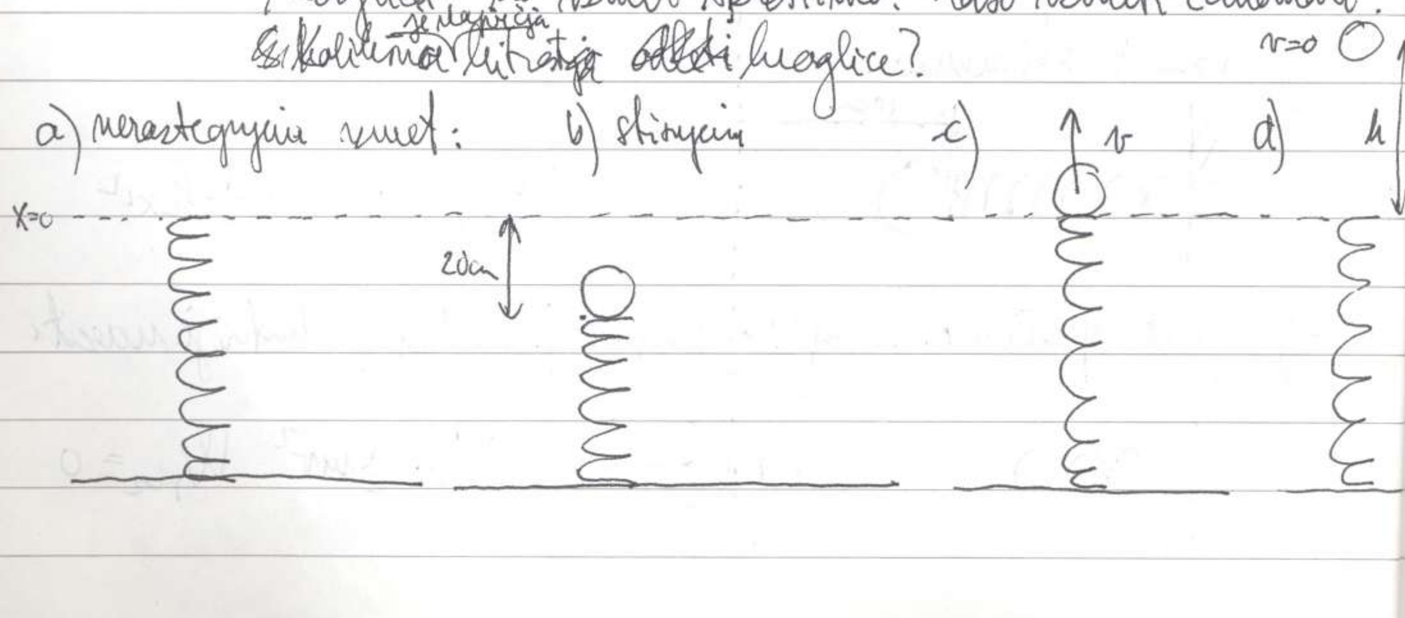
$$\frac{1}{2}mv^2 - 0 + 0 - \frac{1}{2}kx^2 = 0$$

$$v^2 = \frac{k}{m} \cdot x^2$$

$$\boxed{v = \sqrt{\frac{k}{m}} \cdot x}$$

$$v = \sqrt{\frac{10\,N}{m \cdot 0{,}01\,kg}} \cdot 0{,}1\,m = \sqrt{\frac{10 \cdot 10^2\, kg\,m/s^2}{m \cdot kg}} \cdot 0{,}1\,m = \sqrt{1000} \cdot 0{,}1\, m/s = \underline{\underline{3{,}1\, m/s}}$$

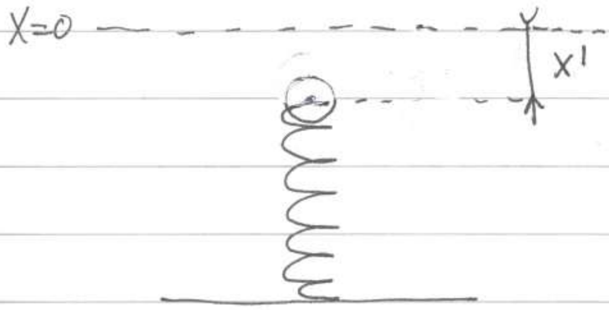
<u>Primer 2:</u> Vijačna vzmet s koeficientom 50 N/m je postavljena v navpični smeri. Vzmet stisnemo za 20 cm in na njen konec postavimo majhno kroglico z maso 20 g. Do kolikšne višine skoči kroglica, ko vzmet spustimo. Maso vzmeti zanemari! Kolikšna je največja hitrost kroglice?



Literatura

Za začetno stanje si izberemo stisnjeno vzmet:

b)



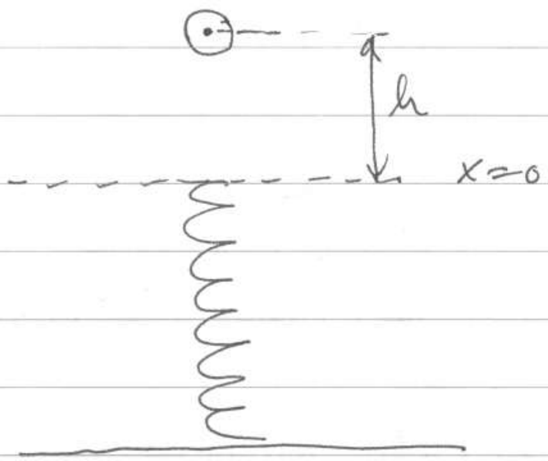
$W_{prož}' = \frac{1}{2}k\cdot x'^2$

$W_p' = m\cdot g\cdot(-x')$

$W_k' = 0$ (ker miruje)

Na koncu:

d)



$W_{prož} = 0$ ker ni raztez. niti stis.

$W_k = 0$ ker miruje

$W_p = +m\cdot g\cdot h$

Zapišemo izrek o ohranitvi energije

$$A = 0 = W_k - W_k' + W_p - W_p' + W_{prož} - W_{prož}'$$

$$0 - 0 + m g h - (m\cdot g(-x')) + 0 - \frac{1}{2}k x'^2 = 0$$

$$m\cdot g h + m\cdot g\cdot x' - \frac{1}{2}k x'^2 = 0$$

$$\boxed{h + x' = \frac{1}{2}\frac{k}{m\cdot g}\cdot x'^2}$$

$N = kg\,m/s^2$

$$h = \frac{1}{2}\,\frac{k}{mg}\,x'^2 - x' = \frac{1}{2}\cdot\frac{50\,N\;\;0{,}2^2\,m^2}{m\cdot 0{,}02\,kg\cdot 9{,}8\,m/s^2} - 0{,}2\,m =$$

$$= \frac{50\cdot 0{,}2^2}{0{,}04\cdot 9{,}8}\,m - 0{,}2\,m = 5{,}1\,m - 0{,}2\,m = \underline{\underline{4{,}9\,m}}$$

Kolikšna je največja hitrost kroglice? Največja je takrat, ko vrvica neha pospeševati kroglico, ko je vrvica neraztegnjena.
Energije so takrat:

$$W_k - W_k' + W_p - W_p' + W_{proz} - W_{proz}' = 0$$

$$W_k - 0 + m\cdot g\cdot 0 - (m\cdot g\cdot(-x')) + 0 - \frac{1}{2}kx'^2 = 0$$

$$\frac{1}{2}m\cdot v_{max}^2 = \frac{1}{2}kx'^2 - mg\,x'$$

$$v_{max} = \sqrt{\frac{k}{m}\cdot x'^2 - 2gx'} = \sqrt{\frac{50\,N\;\;0{,}2^2\,m^2}{m\cdot 0{,}02\,kg} - 2\cdot 9{,}8\,m/s^2\cdot 0{,}2\,m} =$$

$$= \sqrt{\frac{50\cdot 0{,}2^2}{0{,}02} - 0{,}4\cdot 9{,}8}\cdot m/s = \sqrt{100 - 3{,}92}\,m/s = \underline{\underline{9{,}8\,m/s}}$$

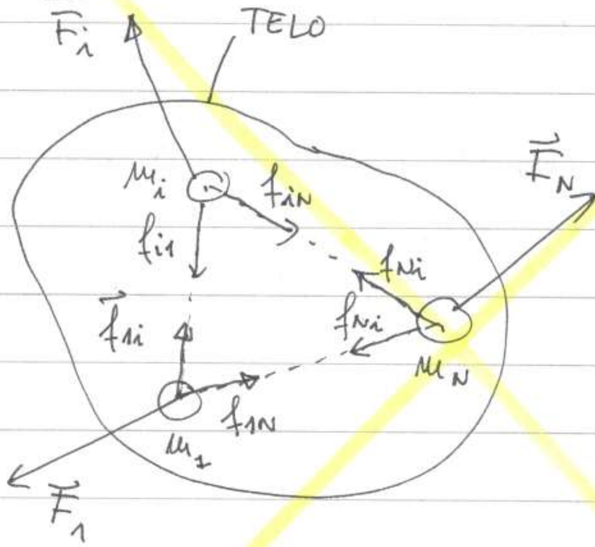
Literatura

2. MEHANIKA TOGIH TELES

Togo telo je tisto telo, ki je trdno v primerjavi s silami, ki na to telo delujejo.

2.1.1. Težišče togega telesa

Kot primer si mislimo togo telo sestavljeno iz N masnih točk, ki med sebaj delujejo s silami, obenem pa na telo delujejo še zunanje sile



f_{1i} ... sila med prvim in i-tim ~~telesom~~ točko v telesu

f_{1N} ... sila med prvo in N-tno točko v telesu

$\vec{F}_i$ ... zunanja sila na i-to masno točko

Zapišem gibalno količino N delcev, ki tvorijo telo:

$$\vec{G} = \sum_{i=1}^{N} \vec{G}_i = \sum_{i=1}^{N} m_i \cdot \vec{v}_i$$

m_i ... masa i-te točke
$\vec{v}_i$ ... hitrost i-te točke

Izračunam še spremembo gibalne količine:

$$\frac{\Delta \vec{G}}{\Delta t} = \sum_{i=1}^{N} m_i \cdot \frac{\Delta \vec{v}_i}{\Delta t}$$

to je torej celotna gibalna količina

Poglejmo sedaj podrobneje, ali notranje sile lahko prispevajo k spremembi gibalne količine

Gibalna količina i-te točke : $\vec{G}_i = m_i \vec{v}_i$

$$\frac{\Delta \vec{G}_i}{\Delta t} = m_i \frac{\Delta \vec{v}_i}{\Delta t} = \sum_{k=1}^{N} \underbrace{\vec{f}_{ki}}_{\text{notranje sile}} + \vec{F}_i$$

To je pa izraz o gibalni količini — zunanji sile na i-to točko

Sedaj to seštejem po vseh točkah

$$\sum_{i=1}^{N} \frac{\Delta \vec{G}_i}{\Delta t} = \sum_{i=1}^{N} \sum_{k=1}^{N} \vec{f}_{ki} + \sum_{i=1}^{N} \vec{F}_i$$

ta vsota je enaka 0, ker nastopajo sile v parih
naprimer $\vec{f}_{12} = -\vec{f}_{21}$, zato se vse uniči.
Notranje sile ne morejo prispevati k spremembi gibalne količine

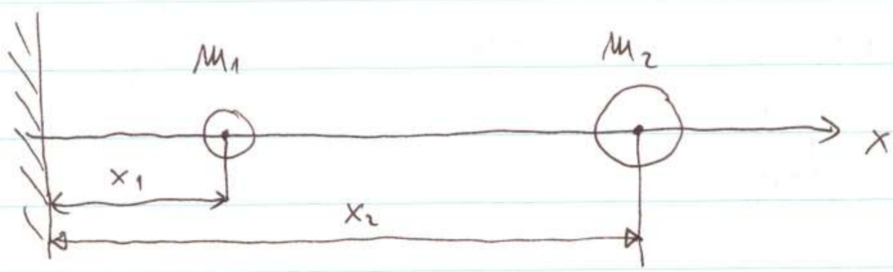
$$\boxed{\frac{\Delta \vec{G}}{\Delta t} = \sum_{i=1}^{N} \frac{\Delta \vec{G}_i}{\Delta t} = \sum_{i=1}^{N} \vec{F}_i}$$

Vidimo, da je s stališča gibalne količine gibanje togega telesa podobno gibanju točkastega telesa.
To poskusimo izraziti tako, da definiramo težišče, t.j. masno središče telesa:

Literaturna celo stran.

2.1.1. Težišče togega telesa

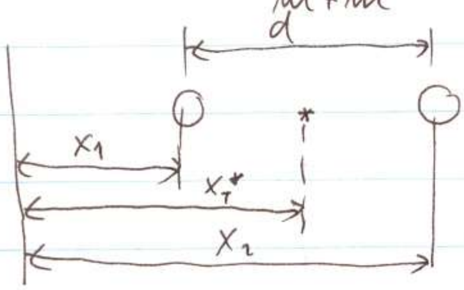
Vzemimo primer dveh teles z maso m_1 in m_2, ki sta postavljeni v razdalji x_1 in x_2 od izhodišča.
Definiram težišče dveh teles:



$$\boxed{x_T^* = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2}}$$

Poglejmo, kje je težišče dveh malih teles, ki sta v razdalji d; $m_1 = m_2 = m$

$$x_T^* = \frac{m x_1 + m(x_1 + d)}{m + m} = \frac{2 m x_1 + m d}{2m} = x_1 + \frac{d}{2}$$



težišče je na 1/2 zveznice obeh mas, ki sta enaki.

Kaj pa, če sta masi različni? Vzemimo $m_2 = 2m_1$:

$$x_T^* = \frac{m_1 x_1 + 2m_1(x_1 + d)}{m_1 + 2m_1} = \frac{m_1 x_1 + 2m_1 x_1 + 2m_1 d}{3m_1} = x_1 + \frac{2}{3}d$$

težišče se je premaknilo k težji masi m_2!