ELEKTRIKA IN MAGNETIZEM

Elektrostatika

Snov je sestavljena iz atomov in molekul. Atome si lahko predstavljamo kot kroglice s premerom nekaj desetink nanometra, v središču katerih je jedro, ki vsebuje skoraj vso maso in je približno deset tisočkrat manjše od atomov. Jedra nosijo pozitiven električni naboj, elektroni, ki krožijo okrog jeder pa negativnega. Količina pozitivnega naboja v jedru je Ze_0. S črko Z smo označili atomsko vrstno število elemanta, $e_0 = 1,602 \times 10^{-19} As$ pa je osnovni naboj, ki je enak naboju jedra vodikovega atoma (protona). Električni naboj elektrona je po velikosti enak naboju protona, vendar ima nasprotni znak. Vpeljali smo novo enoto amper (A), ki je enota za električni tok. Enota za električni naboj je amperska sekunda (As), ali Coulomb (C). Poznamo tudi Faradayev naboj, ki je enak naboju enega kilomola vodikovih jeder ($F = N_A e_0 = 96400 As$). Faradayev naboj smo dobili z množenjem osnovnega naboja z Avogadrovim številom ($N_A = 6,023 \times 10^{26}$ - to je število molekul v kilomolu snovi - v enem molu snovi pa je tisočkrat manj molekul).

Atomi in molekule so nevtralni, ker se pozitivni električni naboj jedra in negativni naboj elektronov izničita. Poleg nevtralnih atomov in molekul pa so v snovi pogosto prisotni pozitivni ali negativni ioni, ki imajo premalo ali preveč elektronov. Če drgnemo dva predmeta, ki ne prevajata elektrike, enega ob drugega (na primer plastičen glavnik ob volneno krpo), se bo na enem predmetu pojavil višek pozitivnih, na drugem predmetu pa višek negativnih ionov. Na ta način dobimo električno nabita telesa. Poskus pokaže, da se nasprotno nabita telesa privlačijo, enako nabita telesa pa se odbijajo. Z merjenjem sil ugotovimo, da so sile med nabitimi telesi sorazmerne produktu nabojev obeh teles in obratno sorazmerne kvadratu razdalje med njima:

$$F_{ij} = e_i e_j / (4\pi\varepsilon_0 r^2) \ . \qquad (E1)$$

Konstanto ε_0 imenujemo dielektrična konstanta in ima vrednost $\varepsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} As/(Vm)$. Volt (V) je enota za električno napetost in jo lahko izrazimo kot kvocient watta in ampera (V=W/A).

Električno polje

Ker vsak električni naboj privlači naboje nasprotnega znaka in odbija naboje istega znaka, rečemo, da se obdajo električni naboji z električnim poljem. Jakost električnega polja definiramo kot kvocient sile in naboja

$$E = F/e \ . \qquad (E2)$$

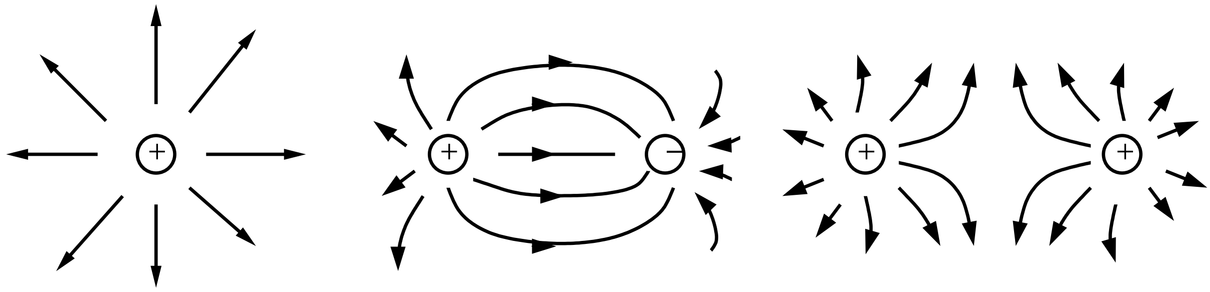
Enota za jakost električnega polja je V/m. Za točkast naboj e je jakost električnega polja v razdalji r enaka

$$E(r) = e/(4\pi\varepsilon_0 r^2) \ . \qquad (E3)$$

To je Coulombov zakon. Električno polje predstavimo z električnimi silnicami. Točkast naboj se obda s silnicami v obliki ravnih črt, ki izhajajo iz naboja. Na sliki 1 so predstavljene slike električnih silnic za različne porazdelitve električnih nabojev.

Električni potencial in električna napetost

Ker deluje na električni naboj, ki se nahaja v električnem polju, sila, opravi električno



Slika 1: Slike električnih silnic

polje pri pomiku naboja delo

$$\mathbf{F}d\mathbf{s} = e\mathbf{E}d\mathbf{s} \; . \tag{E4}$$

Definiramo **električni potencial**

$$dV = -\mathbf{E}d\mathbf{s} \tag{E5}$$

in lahko zapišemo

$$dA = -edV \; .$$

Z integriranjem dobimo

$$V(r) = -\int_0^r \mathbf{E}d\mathbf{s} \; . \tag{E6}$$

Enota za električni potencial je volt (V), ki pa ni neodvisna enota, saj jo lahko izrazimo z amperom in z enotami, ki smo jih vpeljali v poglavju Mehanika: $V = J/(As)$ Vidimo, da je vrednost električnega potenciala, kot ga definira enačba (E6), odvisna od tega, kam smo postavili izhodišče koordinatnega sistema - podobno kot pri gravitacijskem potencialu. Rečemo lahko, da je vrednost električnega potenciala nedoločena do aditivne konstante. Razliki električnih potencialov med dvema točkama pravimo **električna napetost**

$$U_{12} = -\int_{r1}^{r2} \mathbf{E}d\mathbf{s} \; . \tag{E7}$$

Označimo jo s črko U in jo merimo v voltih (V), tako kot električni potencial.

Gostota električnega polja, zakon o električnem pretoku

Če objamemo električni naboj z navidezno kroglo, ki ima središče v naboju in pomnožimo površino krogle z jakostjo električnega polja na omenjeni ploskvi, dobimo

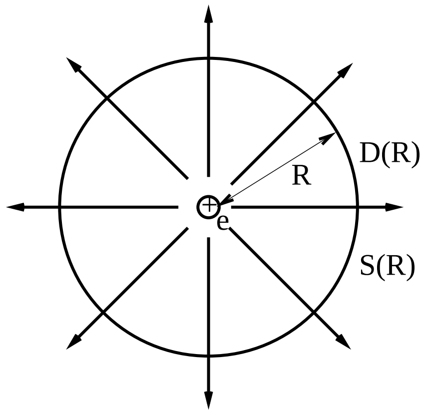
$$ES = e/\varepsilon_0 \; . \tag{E8}$$

Vpeljemo novo količino D, ki jo imenujemo gostota električnega polja

$$D = \varepsilon_0 E \tag{E9}$$

in enačbo (E8) zapišemo v obliki $\oint DdS = e$. Ta zapis, ki velja za poljubno porazdelitev električnih nabojev, imenujemo Gaussov zakon in ga zapišemo v obliki

$$\oint DdS = \sum_i e_i \; . \tag{E10}$$



Slika 2: Zakon o električnem pretoku

Ploskev, po kateri integriramo, mora biti zaključena, vsota pa teče po nabojih, ki so znotraj te ploskve.

Električni kondenzator

Eden od osnovnih elementov, ki jih srečujemo v elektrotehniki, je električni kondenzator. Sestavljen je iz dveh kovinskih plošč, na katere lahko nanesemo električni naboj. Vzemimo, da sta plošči enako veliki, ravni, vzporedni in površina ene od plošč naj bo S, razdalja med ploščama pa d. Med ploščama se vzpostavi električno polje, katerega silnice so ravne, vzporedne in enako goste. Potekajo od plošče s pozitivnim nabojem proti plošči z negativnim nabojem. Takšnemu električnemu polju pravimo homogeno električno polje. Napetost med ploščama izrazimo s pomočjo enačbe (E7). Ker se jakost električnega polja vzdolž silnic ne spreminja, lahko integral nadomestimo s produktom

$$U = Ed \, . \tag{$E11$}$$

Gaussov zakon nam pove, da je količina naboja na vsaki od plošč enaka zmnožku med gostoto električnega polja in površino plošč

$$e = SD \, . \tag{$E12$}$$

Če zadnji dve enačbi združimo, dobimo povezavo med napetostjo in količino naboja na ploščah kondenzatorja $e = \varepsilon_0 SU/d$, kar navadno zapišemo v obliki

$$e = CU \, . \tag{$E13$}$$

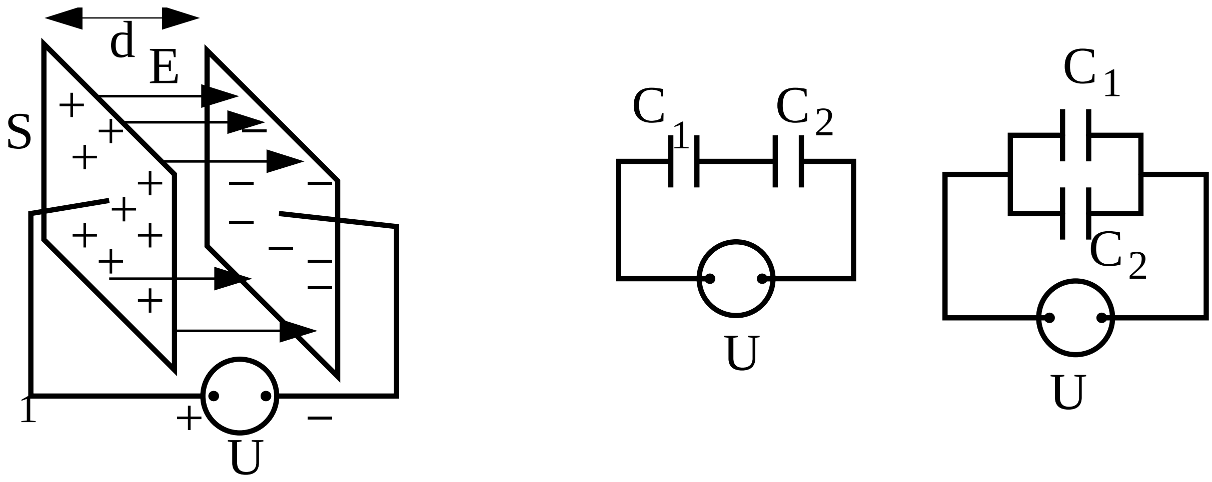
Količino

$$C = \varepsilon_0 S/d \tag{$E14$}$$

poimenujemo kapaciteta kondenzatorja. Enota za kapaciteto je As/V ali farad (F). Običajne vrednosti kapacitet kondenzatorjev so pikofaradi (pF), nanofaradi (nF), kapacitete v področju mikrofaradov (μF) in milifaradov (mF) pa sodijo v območje velikih kapacitet.

Zaporedno in vzporedno vezana kondenzatorja

Skupna napetost dveh kondenzatorjev, ki ju povežemo med sabo zaporedno, je enaka vsoti



Slika 3: Ploščati kondenzator

njunih napetosti $U = U_1 + U_2$. Naj bo C kapaciteta nadomestnega kondenzatorja, ki bo, če ga priključimo na skupno napetost U, nadomestil oba zaporedno povezana kondenzatorja. Torej lahko zapišemo:

$$e/C = e_1/C_1 + e_2/C_2 \; . \qquad (E15)$$

Upoštevajmo še dejstvo, da je pri dveh zaporedno vezanih kondenzatorjih naboj na enem in drugem kondenzatorju enak. To sledi iz dejstva, da je par plošč, ki sta med sabo povezani in pripada ena prvemu, ena pa drugemu kondenzatorju, ločeni od zunanjih delov električnega vezja. Če kondenzatorja nista priključena na napetost, sta omenjeni plošči električno nevtralni, potem ko ju priključimo na napetost pa se mora nevtralnost ohraniti, kar pomeni, da mora biti količina pozitivnega naboja, ki ga pridobi ena plošča, po velikosti enaka količini negativnega naboja, ki ga pridobi druga plošča. Torej lahko delimo enačbo (E15) z e in dobimo za kapaciteto nadomestnega kondenzatorja dveh zaporedno vezanih kondenzatorjev izraz $1/C = 1/C_1 + 1/C_2$.
Pri dveh vzporedno vezanih kondenzatorjih upoštevamo, da sta oba kondenzatorja priključena na enako napetost in da se naboja kondenzatorjev seštevata. Iz tega sledi $CU = C_1U + C_2U$ ali

$$C = C_1 + C_2 \; , \qquad (E16)$$

kar je kapaciteta kondenzatorja, ki nadomešča dva vzporedno vezana kondenzatorja.

Energija kondenzatorja

Električni kondenzator lahko polnimo tako, da eni plošči odvzemamo električni naboj in ga prenašamo na drugo ploščo. Pri tem opravljamo električno delo. Če je prva plošča na potencialu $V = 0$, je druga plošča na potencialu $V = U$ in pri prenosu naboja de opravimo delo $dA = Ude$. Celotno delo pri prenosu naboja e je $\int Ude$. Za de postavimo CdU in integriramo. Rezultat je $A = CU^2/2$. Delo, ki smo ga vložili v polnjenje kondenzatorja, je spravljeno v kondenzatorju v obliki elektrostatske energije E_E in lahko zapišemo

$$E_E = CU^2/2 \; . \qquad (E17)$$

ELEKTRIČNI TOK IN UPOR

Napetostni viri

Električni tok poganja električna napetost. Viri napetosti so lahko galvanski členi in električni akumulatorji, lahko pa električni generatorji, ki delujejo na osnovi magnetne indukcije. Tudi nabit električni kondenzator lahko deluje kot vir napetosti. Galvanski členi dajejo istosmerno napetost, generatorji na osnovi magnetne indukcije pa dajejo izmenično napetost, ki jo lahko tudi usmerimo.

Kirchoffova zakona

Električni tok definiramo kot količino električnega naboja, ki se pretoči skozi presek vodnika v časovni enoti. Vodniki so najpogosteje kovinske žice ali trakovi, lahko so tudi kosi polprevodnih materijalov. Električni tok prevajajo tudi nekatere tekočine (tekoče kovine, elektroliti), tako da so posode s tekočimi prevodniki tudi lahko deli električnih tokokrogov. V trdnih in tekočih kovinah ter polprevodnikih so nosilci električnega toka elektroni, v elektrolitih pa pozitivni ioni (kationi) in negativni ioni (anioni). Obravnavali bomo električna vezja, ki jih sestavljajo tokokrogi, v katere so vgrajeni izvori napetosti, električni uporoi in merilci električne napetosti (voltmetri) in toka (ampermetri). Za vsako razvejišče velja **prvi Kirchoffov izrek**, ki pravi, da je vsota tokov, ki v razvejišče vstopajo, enaka vsoti tokov, ki iz razvejišča izstopajo. **Drugi Kirchoffov izrek** pa pravi, da je vsota napetosti v vsakem tokokrogu, ki ga lahko identificiramo v električnem vezju, enaka nič.

Ohmov zakon

Meritve pokažejo, da je v enostavnem tokokrogu, ki ga sestavljata izvor napetosti in električni upor, električni tok sorazmeren napetosti izvora. To zapišemo v obliki Ohmovega zakona

$$I = U/R\ . \qquad (E18)$$

S črko R smo označili električni upor, ki ga merimo v ohmih ($\Omega = V/A$). Električni upor nekega tokovodnika je sorazmeren dolžini vodnika in obratno sorazmeren njegovemu preseku

$$R = \zeta l/S\ . \qquad (E19)$$

Parameter ζ predstavlja specifično upornost snovi. Pri kovinah je ζ velikostnega reda $\mu\Omega cm$, pri izolatorjih $10^{10}\Omega m$, pri polprevodnikih pa nekje vmes.

Če imamo v električnem tokokrogu zaporedno zvezana dva upora, se padca napetosti na uporih seštevata in lahko zapišemo $U = I(R_1 + R_2)$. Vidimo, da bi upor z vrednostjo

$$R = R_1 + R_2 \qquad (E20)$$

lahko nadomestil dva zaporedno vezana upora. Pri dveh vzporedno vezanih uporih pa je vsak upor podvržen celotni napetosti izvora, tokova pa se seštevata. Za nadomestni upor, ki bi nadomestil dva vzporedno vezana upora, bi veljalo

$$U/R = U/R_1 + U/R_2$$

. Od tod sledi

$$1/R = 1/R_1 + 1/R_2\ . \qquad (E21)$$

Električna moč in delo
Izvor električne napetosti opravlja s tem, ko povzroča električni tok, električno delo. Količina opravljenega dela je enaka zmnožku napetosti in pretočenega naboja

$$A = eU \ . \tag{E22}$$

Odvod te količine po času pa je enak električni moči:

$$P = UI \ . \tag{E23}$$

To lahko zapišemo tudi v obliki

$$P = U^2/R \tag{E24}$$

ali

$$P = I^2R \ . \tag{E25}$$

Efektivna napetost Električna moč, ki jo oddaja izvor izmenične napetosti, ni stalna. Poglejmo si primer sinusne izmenične napetosti

$$U(t) = U_0 sin\omega t \ . \tag{E26}$$

Električni tok, ki ga poganja takšna napetost, je enak

$$I(t) = (U_0/R) sin\omega t$$

. Električna moč se zapiše takole:

$$P = (U_0^2/R) sin^2\omega t \ . \tag{E27}$$

Časovno povprečje faktorja $sin^2\omega t$ je 1/2, kar pomeni, da lahko izrazimo povprečno vrednost moči kot

$$U_0^2/(2R) = U_{ef}^2/R$$

. Z U_{ef} smo označili efektivno vrednost napetosti, ki je enaka

$$U_{ef} = U_0/\sqrt{2} \ . \tag{E28}$$

Časovni potek polnjenja in praznjenja kondenzatorja
Nabit kondenzator s kapaciteto C praznimo preko upora R. Uporabimo drugi Kirchoffov zakon, ki pravi, da je napetost na kondenzatorju nasprotno enaka padcu napetosti na uporu: $e/C = -IR$. Enačbo odvajamo po času in dobimo

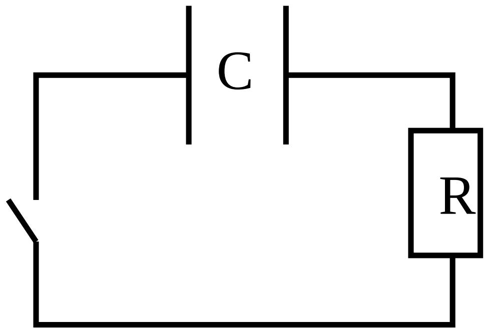
$$I/C = -RdI/dt \ . \tag{E29}$$

Dobljeno enačbo preuredimo v obliko

$$dI/I = -RCdt$$

in integriramo:

$$ln(I(t)/I_0) = -t/RC$$



Slika 4: Praznjenje in polnjenje kondenzatorja

. Ko antilogaritmiramo, dobimo:

$$I(t) = I_0 exp(-t/RC) \ . \qquad (E30)$$

Končni izraz kaže, da pri praznjenju kondenzatorja električni tok eksponentno pojema s karakterističnim časom

$$\tau = RC$$

, ki mu pravimo RC konstanta.

Tudi opis polnjenja kondenzatorja poteka na podoben način. V tokokrog moramo vgraditi še izvor napetosti. Kljub temu dobimo za časovno odvisnost toka identičen izraz, kot v primeru praznenja kondenzatorja (enačba E30), za časovno odvisnost napetosti pa dobimo naslednji izraz:

$$U(t) = U_0(1 - exp(-t/RC)) \ . \qquad (E31)$$

S simbolom U_0 smo označili napetost izvora.

Kondenzator v izmeničnem tokokrogu

Če priključimo kondenzator neposredno na izvor izmenične napetosti in poskrbimo, da so ohmske upormosti v tokokrogu zanemarljive, bo periodično se spreminjajoča napetost povzročala periodično polnjenje in praznenje kondenzatorja. Amplitudo električnega toka ni težko izračunati. Drugi Kirchoffov izrek se v tem primeru zapiše v obliki

$$U_0 sin\omega t - e/C = 0 \ . \qquad (E32)$$

Enačbo odvajamo po času in dobimo

$$I(t) = U_0 \omega C cos\omega t$$

. Vidimo, da velja za amplitudo električnega toka izraz

$$I_0 = \omega C U_0 \ . \qquad (E33)$$

Izraz je analogen Ohmovemu zakonu $I = U/R$, le da nastopa v primeru kondenzatorja namesto ohmskega upora količina

$$Z_C = 1/\omega C \ , \qquad (E34)$$

čemur rečemo impedanca kondenzatorja, ki ni odvisna samo od lastnosti kondenzatorja, ampak tudi od frekvence izmenične napetosti, s katero napajamo kondenzator. Razlika med tokokrogom z ohmskim uporom in med tokokrogom, kjer je na izmenično napetost priključen kondenzator je tudi v tem, da je tok v slednjem primeru fazno premeknjen za četrt nihaja glede na nihanje izmenične napetosti.

Bodimo pozorni na dejstvo, da tokokrog, ki smo ga zgoraj omenjali, ni sklenjen, saj mora biti med ploščama kondenzatorja prazen prostor ali dielektrik, ki se obnaša kot izolator. Ker pa se med ploščama kondenzatorja nahajajo silnice gostote električnega polja, ki se zaradi dotoka in odtoka električnega naboja s plošč kondenzatorja ves čas gostijo ali redčijo, lahko definiramo količino

$$I_p = SdD/dt \ , \tag{$E35$}$$

ki jo imenujemo **premikalni tok** in se ravno tako meri v amperih, kot navaden tok, ki je posledica pretakanja nabitih delcev.

Snov v električnem polju, dielektričnost

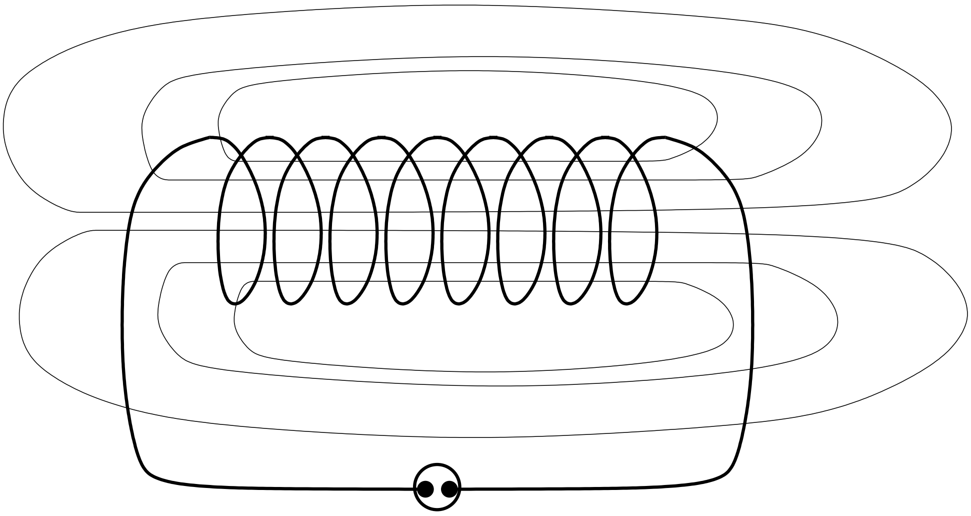
Poskusi pokažejo, da se kapaciteta električnega kondenzatorja poveča, če napolnimo prostor med ploščama s snovjo, ki ne prevaja električnega toka. V primeru, da zapolnimo prostor v kondenzatorju z vodo, je povečanje kapacitete več kot osemdesetkratno, če pa smo vstavili med plošči plasično snov ali steklo, pa štiri do osemkratno. V zgoraj omenjenih primerih se spremeni razmerje med gostoto in jakostjo električnega polja. Enačbo (E9) moramo dopolniti s faktorjem ε in pisati

$$D = \varepsilon\varepsilon_0 E \ . \tag{$E36$}$$

Vrednosti koeficienta ε, ki ga imenujemo relativna dielektričnost, smo približno že opisali zgoraj ($\varepsilon_0(voda) = 81$, $\varepsilon_0(polietilen) = 4$, $\varepsilon_0(steklo) = 10$) $\varepsilon_0(zrak) = 1,0006$). Kondenzatorjem, ki so napolnjeni s snovjo, se kapaciteta poveča za faktor relativne dielektričnosti, kot izhaja iz enačb (E12) in (E13):

$$C = \varepsilon\varepsilon_0 S/d \ . \tag{$E37$}$$

Ko se vprašamo, zakaj se v snovi spremeni razmerje med gostoto in jakostjo električnega polja, moramo iskati odgovor v molekulski zgradbi snovi. Molekula vode, na primer, je sestavljena iz atoma kisika in dveh atomov vodika. Kisik, ki je priklenil nase vodikova elektrona, nosi višek negativnega naboja, vodika pa sta pozitivno nabita. Molekula vode se obnaša kot električni dipol in zato je voda polarno topilo. Ko se znajde voda v električnem polju kondenzatorja, se molekule orientirajo tako, da se stran molekule z vodiki obrne proti negativno nabiti plošči kondenzatorja, prosti elektronski pari na kisikovem atomu pa proti pozitivno nabiti plošči. S tem se pri dani gostoti električnega naboja na ploščah zmanjša jakost električnega polja v prostoru med ploščama. Če pa je kondenzator priključen na določeno napetost, omogoči prisotnost dielektrika, da priteče na plošče več naboja, kot bi ga priteklo, če bi bil kondenzator prazen.



Slika 5: Tuljava kot izvor magnetnega polja

Energija električnega polja

Iz enačbe (E17) sledi, da vsebuje nabit kondenzator električno energijo $E_{el} = CU^2/2$. Vprašamo se, kje je ta energija nakopičena. Lahko bi bila v ploščah kondenzatorja, lahko pa v prostoru med ploščama. Naslednji račun nas prepriča, da je pravilna druga od naštetih možnosti. V enačbi (E17) nadomestimo napetost U z izrazom Ed, kapaciteto C pa izpišemo kot $\varepsilon\varepsilon_0 S/d$ in dobimo

$$E_{el} = (\varepsilon\varepsilon_0 E^2/2)V \ . \tag{E38}$$

Z V smo označili prostornino med ploščama kondenzatorja $V = Sd$. Dejstvo, da je energija kondenzatorja sorazmerna prostornini med ploščama, razumemo kot potrditev teze, da je energija kondenzatorja nakopičena v prostoru med ploščama, kjer je prisotno električno polje. Prostorska gostota energije w_{el} je sorazmerna kvadratu jakosti električnega polja, ali bolj natančno, enaka je produktu med jakostjo in gostoto električnega polja:

$$w_{el} = DE/2 \ . \tag{E39}$$

MAGNETNO POLJE

Izvori magnetnega polja

Vemo, da lahko določamo smeri neba z magnetno iglo, ki se ustali v smeri sever - jug. Vzrok za ta pojav je prisotnost zemeljskega magnetnega polja, katerega silnice potekajo od južnega zemeljskega pola, kjer je severni magnetni pol, proti severnemu polu, kjer je južni magnetni pol Zemlje. Magnetno iglo lahko zmoti prisotnost stalnih magnetov, ki so tudi obdani z magnetnimi silnicami. Poskusi pokažejo, da lahko tudi električni tokovi povzročajo magnetna polja. Raven vodnik, skozi katerega teče električni tok, se obda z magnetnim poljem v obliki krožnih silnic, ki so tem redkejše čim dlje je tokovodnik. Znotraj navitja v obliki ravne tuljave, ki je navita po plašču valja, je homogeno magnetno polje, v katerem so silnice vzporedne osi tuljave in enakomerno goste. Zunaj tuljave je magnetno polje bolj redko, kot v njeni notranjosti.

Sila na tokovodnik v magnetnem polju

Če se nahaja v tokovodnik, skozi katerega teče električni tok I, v magnetnem polju, deluje nanj sila, ki je sorazmerna jakosti toka, dolžini vodnika in gostoti magnetnega polja. Z enačbo izrazimo to zvezo takole:

$$F = IlB \ . \tag{E40}$$

Smer sile je pravokotna na smer vodnika in na smer silnic magnetnega polja. Sila je največja, če sta smeri tokovodnika in silnic magnetnega polja pravokotni. Bolj natančno povedano: sila na tokovodnik je enaka vektorskemu produktu vektorjev **l** in **B** pomnoženemu z električnim tokom. Enačbo (E40) lahko uporabimo tudi za določitev enote za gostoto magnetnega polja. Iz enačbe sledi $B = F/Il$, kar pomeni, da je enota za gostoto magnetnega polja enaka N/Am. Če upoštevamo, da velja $Nm = VAs$, sledi, da je enota za gostoto magnetnega polja Vs/m^2. Ta enota nosi ime po Nikoli Tesli: $Vs/m^2 = T$ (tesla).

Enačba $F = IlB$ velja tudi za napovedovanje oblike trajektorije nabitih delcev skozi magnetno polje. Električni tok lahko zapišemo kot količino naboja ($neSvdt$), ki se pretoči skozi presek vodnika Sv casu dt: $I = neSv$, s črko v smo označili hitrost nabojev e, s črko n pa njihovo gostoto. Če hočemo izračunati silo na en nabit delec, moramo deliti izraz IlB s številom nabitih delcev v vodniku z dolžino l in presekom S. Rezultat je enačba $F = evB$. Smer sile je podana s smerjo vektorskega produkta vektorjev **v** in **B**. Če vektorja nista pravokotna, zapišemo velikost sile v obliki enačbe

$$F = evBsin\alpha \ , \tag{E40a}$$

kjer je α kot med vektorjema **v** in **B**. Pot nabitega delca skozi magnetno polje ima torej obliko vijačnice. Komponenta hitrosti vzdolž magnetnega polja se ohranja, ptreostali dve komponenti pa sinusno nihata, kar pomeni, da se velikost hitrosti ohranja. Če je komponenta hitrosti hitrosti vzdolž magnetnega polja enaka nič, so delci ujeti v krog. Radij kroga dobimo, če izenačimo centrifugalno silo z magnetno silo:

$$mv^2/r = evB$$

.

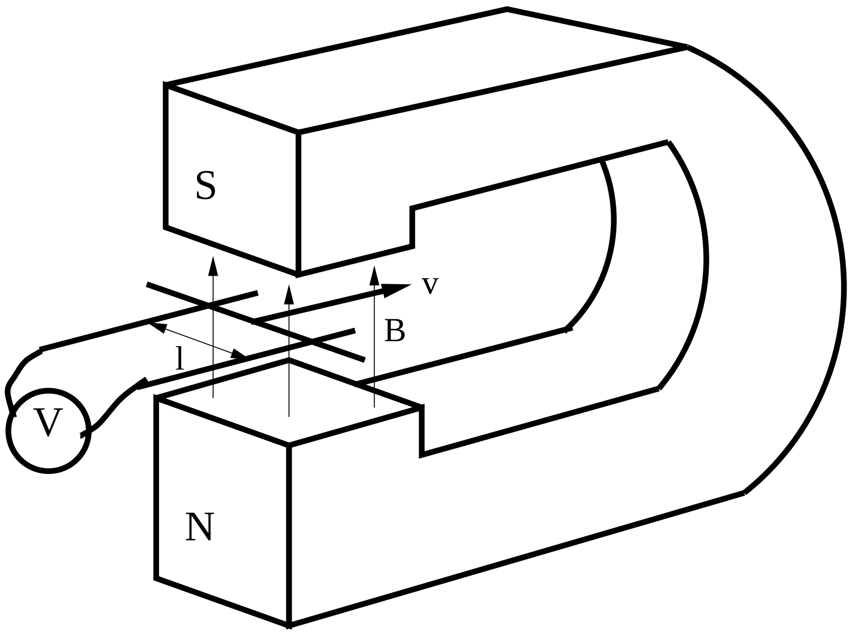
Magnetni navor, magnetni moment

Če je v magnetnem polju pravokotna zanka dimenzij a krat b, skozi katero teče električni tok I, delujejo na stranice zanke magnetne sile. Ker je smer toka v dveh nasproti si ležečih stranicah nasprotna, se bodo vse štiri sile izničile. Omenjene štiri sile povzročajo mehanski navor. Navor je zelo lahko izračunati v primeru, da sta dve stranici pravokotni, dve stranici pa vzporedni silnicam magnetnega polja. V tem primeru je navor enak

$$M = IabB \ . \tag{E41}$$

Če bi imeli namesto ene same zanke N zank ali ovojev, bi bil navor N krat večji. Količino NIS, kjer je S ploščina zank - v našem primeru velja $S = ab$ - imenujemo **magnetni moment** navitja

$$p_m = NIS \ . \tag{E42}$$



Slika 6: Sila na vodnik v magnetnem polju

To je vektor, ki kaže v smeri normale (pravokotnice) na ploskev tokovnih zank. Magnetni navor izrazimo kot vektorski produkt magnetnega momenta in gostote magnetnega polja:

$$M = p_m \times B \; . \qquad (E43)$$

To pomeni, da bo navor največji takrat, ko bo pravokotnica na ravnino navitja pravokotna na smer magnetnega polja. Povejmo še, da imajo tudi stalni magneti, na primer magnetne igle, svoj magnetni moment. Izraz

$$p_m = IS$$

za stalne magnete ni najbolj na mestu, čeprav ni brez pomena. Pri paličastem magnetu, lahko interpretiramo S kot ploščino preseka palice, v zadregi pa smo glede pojasnjevanja vloge električnega toka v izrazu za magnetni moment. Izkaže se, da lahko govorimo o krožnih notranjih tokovih v magnetnih materijalih. Ti tokovi so posledica kroženja in vrtenja elektronov v materijalih, ki se uporabljajo za stalne magnete. Pri večini materijalov se učinki teh krožnih tokov izničijo, pri nekaterih vrstah materijalov - imenujemo jih feromagnetni materijali, pa povzročajo stalno (permanentno) magnetizacijo.

Magnetni navori so pomembni pri raznih elektrotehničnih napravah, kot so na primer merilci toka, merilci napetosti in elektromotorji.

Energija magnetnega momenta v magnetnem polju

Tako, kot se magnetna igla postavi v smer zemeljskega magnetnega polja, tudi električna navitja, ki imajo magnetni moment, težijo k orientaciji v smeri zunanjega magnetnega polja. Če jih hočemo od te orientacije odkloniti, moramo opraviti delo s premagovanjem magnetnega navora. Količina opravljenega dela je enaka

$$A = \int_0^{\varphi} p_m B sin\varphi d\varphi$$

. V tem izrazu je φ kot med smerjo magnetnega momenta in magnetnega polja. Dovedeno delo je enako spremembi magnetne potencialne energije E_{mp}. Torej lahko zapišemo

$$E_{mp} = -p_m B cos\varphi \; . \qquad (E44)$$

Do tega izraza smo prišli z integracijo magnetnega navora. Vidimo, da je najnižja magnetna potencialna energija magnetnega momenta pri $\varphi = 0$ - to je takrat, kadar je magnetni moment vzporeden z magnetnim poljem.

Izreka o magnetni napetosti in o magnetnem pretoku

Potrebujemo naravni zakon, ki povezuje magnetno polje in električni tok. To vlogo igra zakon o magnetni napetosti. Magnetna napetost je definirana podobno kot električna napetost: kot integral jakosti magnetnega polja vzdolž poti (spomnimo se, da je integral jakosti električnega polja vzdolž poti med dvema točkama enak negativni vrednosti električne napetosti med točkama). Razlika med lastnostmi električnega polja in lastnostmi magnetnega polja je v tem, da je integral jakosti električnega polja vzdolž zaključene zanke enak nič, za integral jakosti magnetnega polja vzdolž zaključene zanke pa velja:

$$\oint H ds = \sum_i I_i \; . \qquad (E45)$$

Z besedami povedano: seštevek prispevkov *jakost magnetnega polja* $\times$ *dolžina poti vzdolž zaključene zanke* je enaka vsoti tokov, ki jih zanka objema. S črko H smo označili jakost električnega polja. Iz enačbe (E45) sledi, da je enota za H enaka A/m. Če obkrožimo dolg raven vodnik po krožnici, lahko izračunamo jakost električnega polja na razdalji R od vodnika. Dobimo $H 2\pi R = I$, ali

$$H = I/(2\pi R) \; . \qquad (E46)$$

Do povezave med gostoto in jakostjo magnetnega polja v praznem prostoru pridemo preko definicije ampera, ki pravi, da je tok enega ampera tisti tok, ki povzroča, kadar teče skozi dva zelo dolga ravna vzporedna en meter oddaljena vodnika, privlak (če je smer toka v vodnikih vzporedna) ali odboj (če je smer toka nasprotna) silo $F = 2 \times 10^{-7} N$ na tekoči meter vodnikov. Iz enačb (E40) in (E46) sledi

$$B = \mu_0 H \; , \qquad (E47)$$

konstanto

$$\mu_0 = 2\pi 10^{-7} Vs/(Am)$$

pa imenujemo indukcijska konstanta.

Magnetni pretok, induktivnost tuljave

Enačba (E45) omogoča izračun jakosti magnetnega polja v dolgi (z dolžino l) ravni tuljavi z N ovoji. Na sliki 2 vidimo, kakšno magnetno polje povzroča električni tok, ki teče skozi takšno tuljavo. V notranjosti tuljave je magnetno polje gosto in homogeno, zunaj tuljave pa je šibko. Ko izvršimo integracijo magnetne napetosti vzdolž ene od zaključenih silnic, je pomemben le prispevek vzdolž silnice v notranjosti tuljave. Prispevek k integralu je Il. Ker je takšna zanka N-krat objela tok I, se enačba (E45) zapiše v obliki $Hl = NI$ ali

$$H = NI/l \ , \tag{E48}$$

za gostoto magnetnega polja pa lahko zapišemo

$$B = \mu_0 NI/l \ . \tag{E49}$$

Definirajmo še diferencial magnetnega pretoka kot zmnožek gostote magnetnega polja in na magnetne silnice pravokotno postavljene ploskvice: $d\Phi = BdS$. Magnetni pretok skozi tuljavo z N ovoji je: $\Phi = NBS$, ali

$$\Phi = \mu_0 N^2 SI/l$$

. Če definiramo induktivnost tuljave kot

$$L = \mu_0 N^2 S/l \ , \tag{E50}$$

lahko magnetni pretok zapišemo v obliki

$$\Phi = LI \ . \tag{E51}$$

. Enota za magnetni pretok je voltska sekunda (Vs).

Indukcijski zakon

V poglavju o sili, ki deluje na tokovodnik v magnetnem polju, smo videli, da je ima električni tok, ki teče skozi vodnik, kjer je prisotno magnetno polje, mehanski učinek - to je sila na tokovodnik. Obstaja tudi obraten pojav: V električnem vodniku, ki ga v magnetnem polju premikamo, se pojavi električna napetost. Ta pojav imenujemo magnetna indukcija. Inducirana napetost v gibajočem se vodniku je sorazmerna dolžini vodnika, hitrosti premikanja vodnika in gostoti magnetnega polja.

$$U_i = lvB \ . \tag{E52}$$

Enačbo zapišemo v obliki mešanega produkta treh vektorjev. To pomeni, da bo inducirana napetost pri danih velikostih vektorjev $\mathbf{l}$, $\mathbf{v}$ in $\mathbf{B}$ največja takrat, kadar bodo vsi trije vektorji med sabo pravokotni, če pa ležijo v isti ravnini ali vzdolž premice, bo inducirana napetost enaka nič. Izraz (E52) lahko zapišemo tudi v obliki

$$U_i = d\Phi/dt \ , \tag{E53}$$

ki predstavlja zapis spremembe magnetnega pretoka skozi zanko, ki jo tvori električni vodnik, v katerem se inducira električna napetost. Izraz (E53) lahko izpeljemo iz izraza (E52) za razmere, ki so prikazane na sliki 3. Ko ravni vodnik z dolžino l drsi s hitrostjo v po krakih nepremičnega vodnika oblikovanega kot črka U, je hitrost večanja površine, ki jo oklepata oba vodnika, enaka $dS/dt = lv$. Če pa obe strani pravkar napisane enačbe pomnožimo z gostoto magnetnega polja B, dobimo na levi strani enačbe časovni odvod magnetnega pretoka, na desni strani pa izraz za inducirano napetost, kot jo podaja enačba (E53).

Lastna induktivnost tuljave, spremenljiv električni tok skozi tuljavo
Časovno spremenljiv lektrični tok, ki teče skozi tuljavo, povzroča v tuljavi spremenljiv magnetni pretok $\Phi(t) = LI(t)$. Posledica časovnih sprememb električnega toka je (samo)inducirana napetost

$$U_L = -LdI/dt \ . \qquad (E54)$$

Ta napetost vpliva na časovni potek električnega toka: V skladu z **Lenzovim pravilom** je smer (dodatnega) toka, ki ga povzroči samoinducirana napetost takšna, da zavira spremembe toka: če zunanje razmere narekujejo upadanje toka, bo upadanje upočasnjeno, če narekujejo naraščanje toka, bo naraščanje upočasnjeno, če pa zunanje razmere narekujejo izmeničen tok sinusne oblike, se pojavi med zunanjo napetostjo in tokom skozi tuljavo fazni premik. Poglejmo si bolj natančno vse tri omenjene primere.

Naraščanje in pojemanje toka skozi tuljavo: V vezju, ki je na sliki 4 vključimo stikalo. Električni tok I_2 bo v trenutku narastel na vrednost $U/(R_1 + R)$, tuljava pa se bo spremembi toka upirala in tok skozi tuljavo bo šele čez čas dosegel vrednost $I_0 = U/R_1$. Ko po daljšem času stikalo preklopimo v položaj *izklop*, tuljava zopet ne dovoli, da bi se električni tok skozi njo v trenutku spremenil in tok I_0, ki je prej tekel skozi stikalo, se v trenutku preusmeri skozi upor R, nato pa začne pojemati. (Povejmo še, da komponenta toka, ki je tekla skozi upor R, preden smo preklopili stikalo v položaj *izklop*, ugasne, ko s stikalom prekinemo levo vejo tokokroga.) Časovna odvisnost toka skozi tuljavo in upor R izračunamo tako, da zapišemo drugi Kirchoffov zakon

$$-RI(t) - LdI(t)/dt = 0 \ . \qquad (E55)$$

Enačbo integriramo, postavimo I_0 za začetno vrednost toka in dobimo

$$I(t) = I_0 exp(-Rt/L) \ . \qquad (E56)$$

Vidimo, da pojema tok kot funkcija časa eksponentno s časovno konstanto

$$\tau = L/R \ . \qquad (E57)$$

Na podoben način izračunamo tudi naraáčanje toka skozi tuljavo od trenutka, ko vklopimo stikalo. Dobimo:

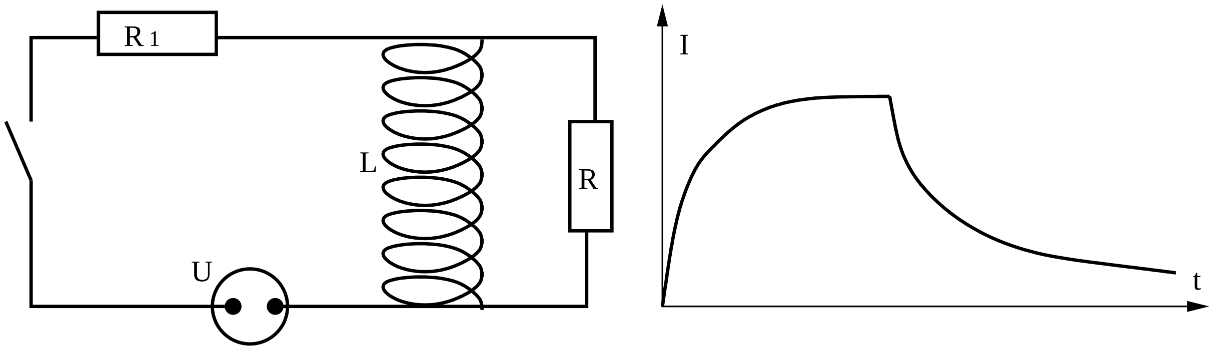
$$I = I_0(1 - exp(-Rt/L) \ . \qquad (E58)$$

Tuljava priključena na izmenično napetost
Če priključimo tuljavo na izvor izmenične napetosti oblike $U(t) = U_0 sin\omega t$, se enačba, ki trdi, da je vsota napetosti v tako dobljenem tokokrogu enanka nič, zapiše v obliki

$$U_0 sin\omega t - LdI(t)/dt = 0$$

. Enačbo integriramo in dobimo

$$I(t) = -U_0/(\omega L) cos\omega t \ . \qquad (E59)$$



Slika 7: Naraščanje toka skozi tuljavo

Vidimo, da povzroči izmenična napetost izmeničen tok, ki za četrt nihaja zaostaja za napetostjo, njegova amplituda pa je podana z enačbo $I_0 = U_0/(\omega L)$. Po analogiji z Ohmovim zakonom definiramo impedanco tuljave kot kvocient amplitud napetosti in toka

$$Z_L = \omega L \; . \qquad (E60)$$

Zaporedno ali vzporedno vezani upor, tuljava in kondenzator

Če priključimo na izmenično napetost zaporedno povezane upor, tuljavo in kondenzator, njihova skupna impedanca enaka

$$Z = \sqrt{R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2} \; . \qquad (E61)$$

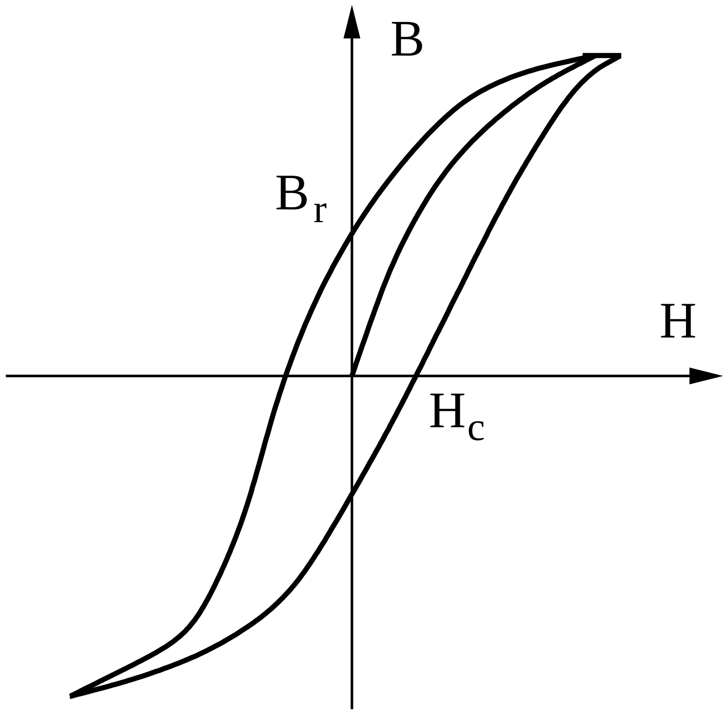
Podoben izraz velja tudi za vzporedno vezavo, le da nastopajo v enačbi povsod inverzne količine.

Snov v magnetnem polju

Zveza med gostoto in jakostjo magnetnega polja $B = \mu_0 H$ velja le za prazen prostor. Če je prostor, kjer je prisotno magnetno polje, napolnjen s snovjo, potem notranje gibanje elektronov v snovi slabi ali ojačuje gostoto magnetnega polja. Zapišemo

$$B = \mu\mu_0 H \; . \qquad (E62)$$

Parameter μ, ki ga imenujemo permeabilnost snovi, je lahko večji ali manjši od ena. Pri diamagnetnih snoveh je μ za kakšno deset tisočinko manjši od 1, pri paramagnetnih snoveh je za podobno vrednost večji od 1, pri feromagnetnih snoveh pa ima μ vrednost 1000, lahko celo 10000. Vidimo, da se magnetno polje v paramagnetnih in diamagnetnih snoveh ne obnaša dosti drugače kot v praznem prostoru. S feromagnetnimi snovmi je pa drugače. Zanje je enačba (E62) le grob približek, saj odvisnost gostote magnetnega polja od magnetne poljske jakosti sploh ni enolična, ampak je odvisna od smeri sprememb magnetnega polja, kot je prikazano na sliki 5. Enačba (E62) velja za črtkano premico, polni črti, ki tvorita tako imenovano histerezno zanko, pa predstavljata dejansko medsebojno odvisnost količin H in B. Magnetno poljsko gostoto, ki je prisotna v feromagnetnem materijalu, kadar je jakost magnetnega polja enaka nič, imenujemo remanentna gostota, koercitivna magnetna poljska jakost je pa tista poljska jakost, pri kateri je gostota magnetnega polja enaka nič.



Slika 8: Histerezna zanka

Gostota energije magnetnega polja
Pri povečevanju toka skozi tuljavo opravlja izvor napetosti delo $dA = UIdt$. Za napetost U lahko postavimo izraz za samoinducirano napetost (E54). Integracija nas pripelje do vrednosti za delo, ki je opravljeno, ko naraste električni tok od nič do vrednosti I. Opravljeno delo je enako energiji tuljave

$$E = LI^2/2 \ . \tag{E63}$$

Če ima tuljava obliko valja z dolžino L in presekom S, se izkaže, da je energija sorazmerna prostornini tuljave in torej lahko definiramo gostoto energije magnetnega polja:

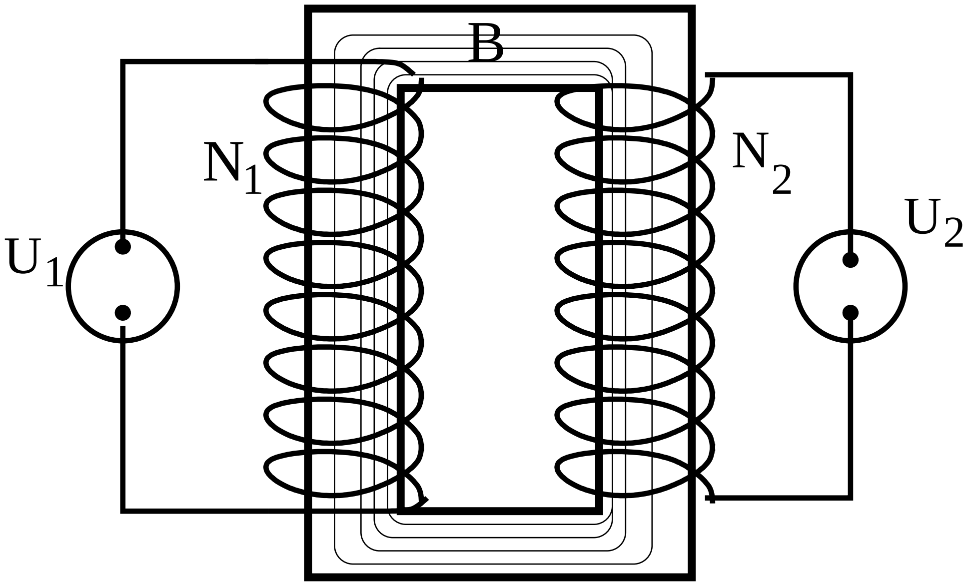
$$w_m = HB/2 \ . \tag{E64}$$

Električni transformator
Električni transformator je sestavljen iz dveh tuljav, ki sta naviti na skupno feromagnetno jedro (Glej sliko 6!). Primarno tuljavo z N_1 ovoji priključimo na izmenično napetost U_1 in se vprašamo, kakšna napetost se pojavi na sponkah sekundarne tuljave z N_2 ovoji, če nanjo nismo priključili porabnika, skozi katerega bi morala tuljava pošiljati znaten električni tok. Naj bo S presek, l dolžina feromagnetnega jedra, $\nu = \omega/(2\pi)$ pa frekvenca izmenične napetosti. Na osnovi naštetih podatkov lahko izračunamo L_1, to je induktivnost primarne tuljave, nato izračunamo električni tok na primarni strani:

$$I_1 = U_1/(L_1\omega) \ . \tag{E65}$$

Električni tok povzroča magnetno polje

$$B = \mu\mu_0 N_1 I_1/l \tag{E65a}$$



Slika 9: Električni transformator

ki se s časom sinusno spreminja in ker ga vodi železno jedro skozi sekundarno navitje, se inducira sekundarna napetost

$$U_2 = N_2 S B \omega \ . \qquad (E65b)$$

Ko postavimo na desno stran tega izraza prej zapisane količine, dobimo:

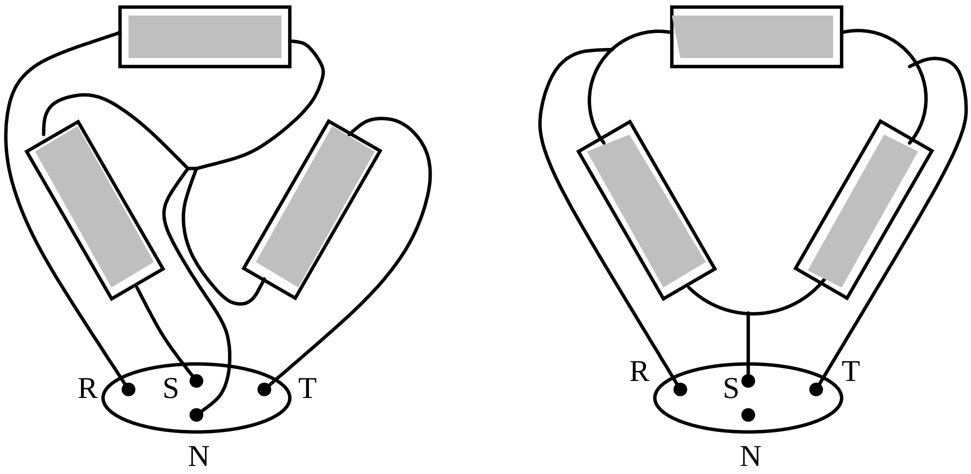
$$U_2 = (N_2/N_1) U_1 \ . \qquad (E66)$$

Trifazna napetost

Samo enostavni porabniki električne napetosti, kot so na primer svetlobna telesa, električni grelci in podobne naprave, lahko napajamo z enofazno napetostjo, ki potrebuje dve dovodni žici in eventuelno še tretjo žico za ozemljitev. Bolj zahtevne naprave, kot so na primer večji elektromotorji, potrebujejo trifazno napeljavo. Trifazna napetost potrebuje ničelni vodnik ki je na potencialu zemlje in tri vodnike, ki so nosilci treh sinusnih izmeničnih napetosti in jih zapišemo v obliki

$$U_i = U_0 sin(\omega t + \delta_i) \ . \qquad (E67)$$

Pri omrežni napetosti je amplitudna napetost $U_0 = 310V$ (pripadajoča efektivna napetost je 220V), δ_i pa so fazni premiki in sicer 0, $2\pi/3$ in $-2\pi/3$ za faze R, S in T. Obstojajo tri medfazne napetosti $U_{RS} = U_S - U_R$, U_{ST} in U_{TR}. Tudi te napetosti so sinusne, njihove amplitudne ali efektivne vrednosti pa so za faktor $2sin(2\pi/3) = \sqrt{3}$ večje kot napetosti med fazo in ničlo. Efektivna vrednost medfazne napetosti je 380V, amplitudna napetost pa je 536V. Elektromotor s tremi navitji v statorskem delu ali grelec s tremi grelnimi elementi lahko priključimo na trifazno napetost na dva načina: Tako, da je vsak od treh elementov (tuljava ali upor) priključen na napetost med fazo in ničlo z vrednostjo efektivne napetosti 220V (slika 7a), ali na medfazno napetost (slika 7b) z efektivno vrednostjo 380V.



Slika 10: Trifazna napetost - vezava v zvezdo in v trikotnik

Posebno koristna lastnost trifazne napetosti izhaja iz dejstva, da ustvarijo tri tuljave, ki so nameščene pod kotom 120^o (glej sliko 8) vrteče se magnetno polje, ki je osnova za konstrukcijo asinhronskih motorjev. Če postavimo prosto vrtečo se tuljavo v vrteče se magnetno polje, se bo vrtela s frekvenco izmenične napetosti. Če pa tuljavo zaviramo, se bo vrtela počasneje in bo čutila spreminjajoč se magnetni pretok, ki bo v njej induciral električni tok. Le-ta povzroči magnetni navor in uravnovesi mehanski navor s katerim zaviramo tuljavo. Navor bo sorazmeren razliki frekvence vrtenja tuljave in freklvence izmenične napetosti.

Električni nihajni krog

Če povežemo v tokokrog tuljavo in kondenzator (glej sliko 9), smo ustvarili elektromagnetno nihalo, ki mu pravimo električni nihajni krog. Nihanje lahko vzbudimo tako, da nabijemo kondenzator, ki se začne prazniti skozi tuljavo, slednja zaradi vztrajnosti vzdržuje električni tok še potem, ko se je kondenzator že izpraznil in ga nabije z nasprotnim nabojem. Pretakanje naboja se nadaljuje, dokler se nihanje ne zaduši. Električna energija kondenzatorja se pretvarja v magnetno energijo tuljave in nazaj, podobno kot se izmenjujejta potencialna in kinetična energija pri matematičnem nihalu. Tudi enačba za električni tok je podobna enačbi za odmik pri mehanskem nihalu. Vsoto napetosti na kondenzatorju in tuljavi, ki mora biti enaka nič, zapišemo takole:

$$e/C + LdI/dt = 0\ . \qquad (E68)$$

Enačbo odvajamo po času in dobimo

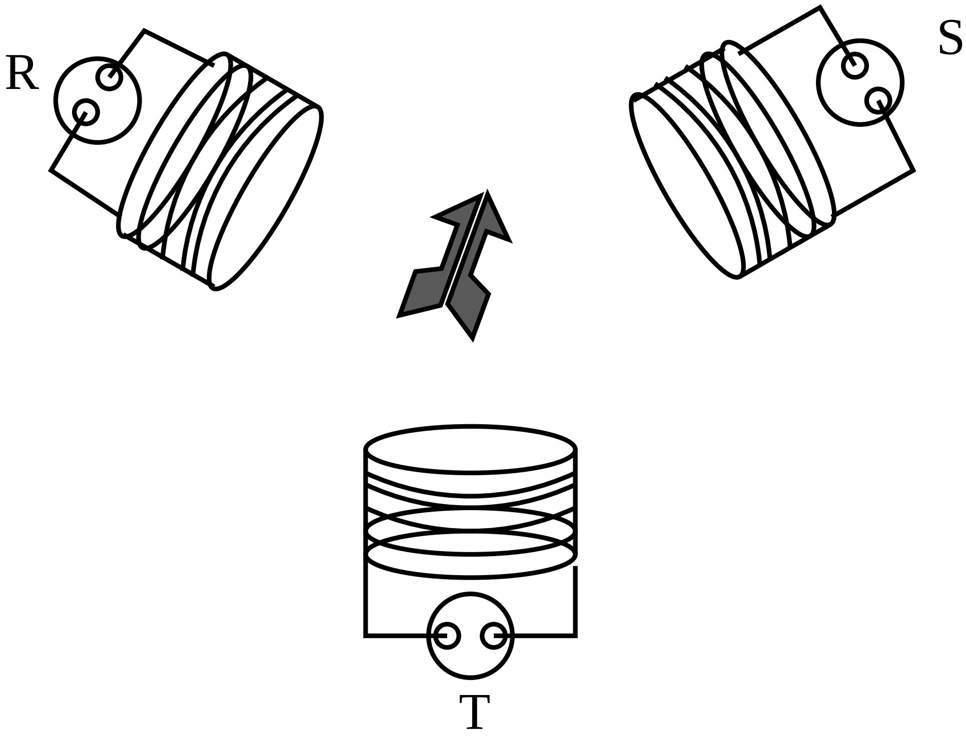
$$I/C + Ld^2I/dt^2 = 0\ . \qquad (E69)$$

Rešitev načbe je sinusno nihanje električnega toka

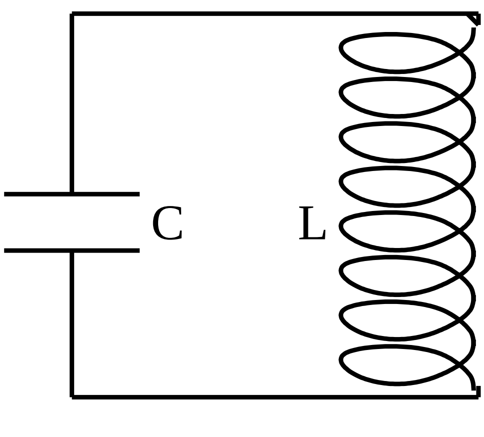
$$I = I_0 sin\omega t\ . \qquad (E70)$$

. Ko vstavimo nastavek za tok v enačbo (E69), dobimo frekvenco nihanja

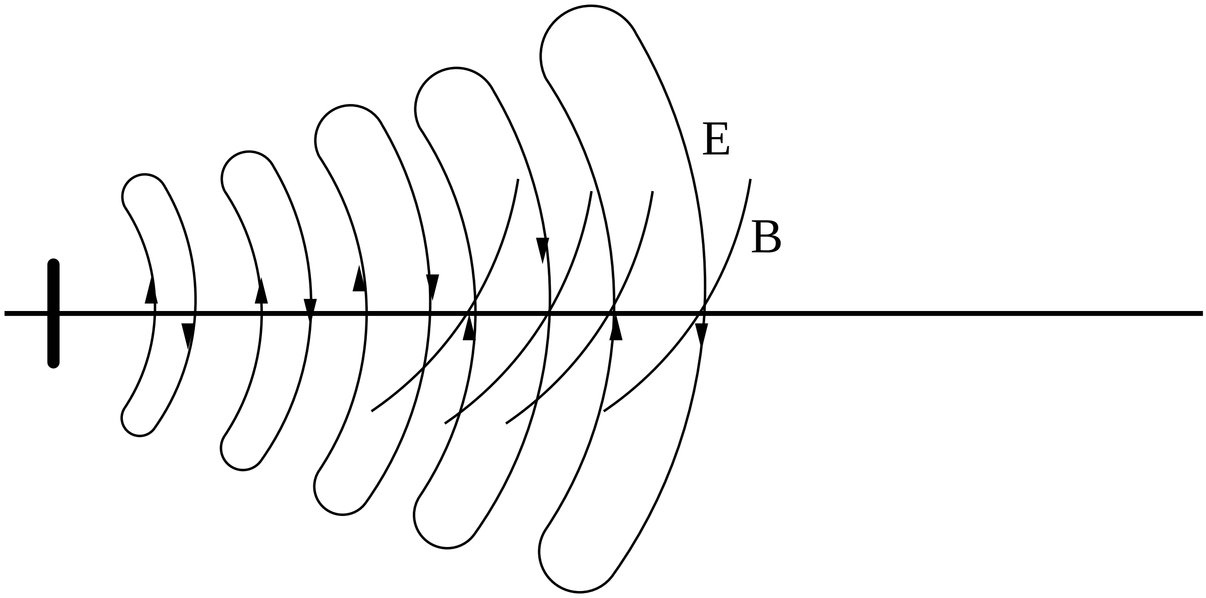
$$\omega = 1/\sqrt{LC}\ . \qquad (E71)$$



Slika 11: Vrtilno polje, ki ga ustvarimo s tremi tuljavami, ki jih napaja trifazna napetost



Slika 12: Električni nihajni krog



Slika 13: Elektromagnetno valovanje, ki ga oddaja dipolna antena

Elektromagnetno valovanje
Podobno, kot so lahko mehanska nihala povzročitelji mehanskega valovanja (glasbene vilice vzbujajo zvočno valovanje), tako je tudi električni nihajni krog lahko izvor elektromagnetnega valovanja. Napravi, ki neposredno oddaja elektromagnetno valovanje, pravimo dipolna antena. Ima obliko kovinske palice in njena dva konca se lahko električno nabijeta z nasprotnim električnim nabojem. Ko se naboja združita in izničita, steče električni tok, ki zaradi vztrajnosti nabije anteno v nasprotni smeri. Električno in magnetno polje, ki je povezano z električnim nabojem in tokom, se razširja v prostor, kot vidimo na sliki 10. Hitrost razširjanja je 3 10^8m/s. To hitrost imenujemo **svetlobna hitrost**. V razširjajočem se električnem in magnetnem polju sta **E** in **B** med sabo pravokotna in obenem tudi pravokotna na smer razširjanja valovanja. Električno poljsko jakost v elektromagnetnem valu lahko zapišemo v naslenji obliki

$$E = E_0 sin(\omega t - (2\pi/\lambda)x) \ . \qquad (E72)$$

V tem zapisu je E_0 amplituda električnega polja, $\nu = \omega/(2\pi)$ je frekvenca valovanja, λ pa valovna dolžina. Količine c, λ in ν so povezane med sabo na enak način, kot ustrezne količine pri mehanskem valovanju:

$$c = \lambda\nu \ . \qquad (E73)$$

Amplitudi električnega in magnetnega polja sta povezani z enačbo

$$E = Bc \ . \qquad (E74)$$

Vrste elektromagnetnega valovanja
Človek zaznava svetlobo in toplotno sevanje, v tehničnih napravah pa izkorišča tudi vse

ostale vrste elektromagnetnega valovanja.
V nadaljevanju so naštete vrste elektromagnetnih valov:
Radijski valovi:dolgi radijski valovi imajo valovne dolžine v razponu od 1 km do 10 km, sledijo srednji radijski valovi (100 m - 400 m), kratki (10 m - 100 m) in ultra kratki - frekvenčna modulacija - z valovnimi dolžinami od 1 m do 10 m.
Radijskim valovom sledijo po padajočih valovnih dolžinah in rastočih frekvencah valovi za prenos televizijskega signala in mobilna telefonija ($\lambda \approx$ nekaj decimetrov)
Sledijo mikrovalovi in radarski valovi: ($\lambda \approx$ mm, cm, dm), infrardeča svetloba (toplotno sevanje) - ($\lambda \approx$ mikrometer in več)
Vidna svetloba:

rdeča svetloba	610 nm $< \lambda <$ 700 nm.
oranžna svetloba	590 nm $< \lambda <$ 610 nm
rumena svetloba	570 nm $< \lambda <$ 590 nm
zelena svetloba	500 nm $< \lambda <$ 570 nm
modra svetloba	450 nm $< \lambda <$ 500 nm
vijolična svetloba	420 nm $< \lambda <$ 450 nm

ultravijolična svetloba ($\lambda \approx$ nekaj sto nanometrov)
Rentgenski žarki ($\lambda \approx$ desetinka nanometra)
Žarki γ - področje valovnih dolžin se na delu spektra z daljšimi valovnimi dolžinami prekriva z rentgenskimi žarki in sega v področje še mnogo krajših valovnih dolžin.